*Ouvrage numérisé par la **bibliothèque Michel Serres, Ecole Centrale de Lyon** (Ecully, France)*
*Ce document a subi une reconnaissance automatique de caractères. Vous pouvez donc **rechercher un mot sur tout son contenu** via l'outil de recherche de votre lecteur de fichiers .pdf.*

UNIVERSITÉ DE LYON
Institut de Physique Industrielle de
ECOLE CENTRALE LYONNAISE
1867

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES

SUR LA RÉSISTANCE DE L'AIR

EXÉCUTÉES A LA TOUR EIFFEL

OUVRAGES DU MÊME AUTEUR

Notice sur le Pont du Douro à Porto. Grand in-4°. Paris, Paul Dupont, 1879

Notice sur le Viaduc de Garabit (près Saint-Flour). Grand in-4° et atlas in-folio. Paris, Paul Dupont, 1888.

Mémoire présenté à l'appui du projet définitif du Viaduc de Garabit. In-8°. Paris, Baudry, 1889.

La Tour de trois cents mètres. In-folio avec atlas. Paris, Lemercier, 1900.

Travaux scientifiques exécutés à la Tour de trois cents mètres. In-4°. Paris, Maretheux, 1900.

La Tour Eiffel en 1900. In-4°. Paris, Masson et Cie, 1902.

Dix années d'observations météorologiques à Sèvres (S.-et-O.) de 1892 à 1901. In-4° avec atlas. Paris, Maretheux, 1904.

Étude comparée des stations météorologiques de Beaulieu-sur-Mer (Alpes-Maritimes), Sèvres (S.-et-O.), Vacquey (Gironde), pour l'année 1902. In-4° avec atlas. Paris, Maretheux, 1904.

Études pratiques de Météorologie et observations comparées de Beaulieu, Sèvres et Vacquey pour l'année 1903. In-4° avec atlas. Paris, Maretheux, 1905.

Étude comparée des stations météorologiques de Beaulieu, Sèvres et Vacquey pour l'année 1904. In-4° avec atlas. Paris, Maretheux, 1905.

Abaques hygrométriques. In-4°. Paris, Maretheux, 1906.

Types généraux de comparaisons météorologiques appliqués à l'étude des stations de Beaulieu, Sèvres et Vacquey pour l'année 1905 (1er et 2e semestre). Deux volumes in-4°. Paris, Maretheux, 1906.

Atlas météorologique pour l'année 1906 d'après vingt-deux stations françaises. In-folio. Paris, Maretheux, 1907.

OPUSCULES

Notice sur les différents types des ponts portatifs, système Eiffel. Paris, 1885.

Étude comparée des stations météorologiques de Beaulieu, Sèvres et Vacquey pour 1902-1903. (Congrès de Climatothérapie à Nice). Nice, Malvano, 1904.

Analyse de l'ouvrage « Études pratiques de Météorologie » (Société météorologique, 1905).

Mesures thermométriques en Météorologie (Société météorologique, 1906).

Les observations courantes en Météorologie (Société astronomique, 1905).

Les observations météorologiques du Weather Bureau de Washington (Société astron^que^, 1906).

Étude climatologique de Beaulieu-sur-Mer pendant la période du 1er Décembre au 1er Mai de 1902 à 1907. Paris, Maretheux, 1907.

Appareil de chûte pour mesurer la résistance de l'air

Vue prise au 2e étage de la Tour Eiffel avant la chûte
(une des parois est enlevée)

Héliog. Dujardin.

422

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES

SUR LA

RÉSISTANCE DE L'AIR

EXÉCUTÉES A LA TOUR EIFFEL

PAR

G. EIFFEL

ANCIEN PRÉSIDENT DE LA SOCIÉTÉ DES INGÉNIEURS CIVILS DE FRANCE

ÉCOLE CENTRALE LYONNAISE
ÉCOLE INDUSTRIELLE
1056

PARIS (VIe)
H. DUNOD ET E. PINAT, ÉDITEURS
SUCCESSEURS DE Vve CH. DUNOD
49, Quai des Grands-Augustins, 49

1907

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE I

MÉTHODE ET APPAREIL EMPLOYÉS

Paragraphes. Pages.

1. — But et principe des expériences 1
2. — Installation à la Tour Eiffel 5
3. — Mode de freinage 6
4. — Bâti de l'appareil 8
5. — Commande du tambour enregistreur 9
6. — Partie mobile 10
7. — Ressorts de suspension de la partie mobile 12
8. — Disposition et marche d'une expérience 13
9. — Influence du vent 14
10. — Premier appareil de chute 15

CHAPITRE II

ÉTUDE DES DIAGRAMMES

1. — Généralités 17
2. — Méthode de calcul 18
3. — Abaque donnant les valeurs de λ et vérification de la légitimité de la méthode 20
4. — Lecture du temps sur les diagrammes et détermination de l'origine . . 23
5. — Détermination des vitesses 24
6. — Exemple d'application de la méthode 26
7. — Coefficients de résistance 28
8. — Correction des coefficients en raison de la densité de l'air 30
9. — Autres exemples de calcul 32
10. — Observations sur le fonctionnement de l'appareil 41

CHAPITRE III

RÉSULTATS DES ESSAIS

Paragraphes. Pages.

1. — Généralités 45
2. — Tableau général des résultats (non compris les plans inclinés) 48
3. — Variation de la résistance avec la vitesse 56
4. — Variation de la résistance avec la surface 59
   - 1° Plans circulaires, carrés et rectangulaires 59
   - 2° Treillis 60
   - 3° Plans voisins latéralement 60
   - 4° Plans superposés 61
   - 5° Cylindres verticaux 63
   - 6° Surfaces coniques et sphériques 64
5. — Plans inclinés 64
   - 1° Dièdres 66
   - 2° Plans inclinés isolés 68
   - 3° Tableaux des calculs 74

CHAPITRE IV

Etude des expériences faites avec le premier appareil 83

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS 89

Note I. Sur les valeurs trouvées antérieurement pour le coefficient de résistance de l'air 91

Note II. Sur un procédé de calcul rapide pour la chute libre des corps dans l'air. 93

TABLE DES PLANCHES

Planches.

I. Installation du câble.
II. Ensemble de l'appareil.
III. Ressorts dynamométriques suspendant la partie mobile.
IV. Premier appareil de chute.
V et VI. Surfaces expérimentées.
VII à XIV. Diagrammes d'expérience.
XV et XVI. Développements de diagrammes d'expérience.
XVII. Diagrammes de correction.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES

SUR LA RÉSISTANCE DE L'AIR

EXÉCUTÉES A LA TOUR EIFFEL

CHAPITRE I

MÉTHODE ET APPAREIL EMPLOYÉS

---

§ 1. — But et principe des expériences.

Le but des expériences que j'ai poursuivies à la Tour Eiffel, de 1903 à 1905 — plus quelques expériences en 1906 — est l'étude de la résistance de l'air sur des surfaces de diverses formes, qui se déplacent en ligne droite avec des vitesses comprises entre 15 *m* et 40 *m* par seconde.

Ces recherches ont un intérêt pratique d'autant plus grand que des vitesses de 30 à 40 *m* sont difficilement réalisables et, en fait, n'ont pas encore été obtenues dans les recherches de ce genre. Les expérimentateurs ont surtout étudié les vitesses inférieures à 10 *m*. Ce sont cependant les grandes vitesses qui intéressent le plus la stabilité des constructions et la résistance opposée par l'air aux véhicules rapides.

Même pour les faibles vitesses, et malgré les nombreux expérimentateurs qui se sont attachés à résoudre ces questions, les résultats obtenus présentent parfois de grandes divergences : il suffit de rappeler que les

valeurs données comme coefficients de la résistance de l'air varient entre 0,07 et 0,13. De tels écarts s'expliquent autant par la diversité des méthodes employées que par les difficultés que présente l'application de certaines d'entre elles, notamment celles qui utilisent des manèges.

Il serait certes utile d'être définitivement fixé sur les faibles vitesses, mais il serait plus nécessaire encore d'avoir des résultats certains pour les grandes. Cependant, les expériences qui les concernent n'existent pas, sauf quelques essais qui ont été faits à l'aide de trains de chemin de fer, mais dans d'assez mauvaises conditions d'exactitude, ou à l'aide de manèges, dans lesquels des tourbillons d'air trop violents faussaient les résultats. Comme la Tour Eiffel permet de réaliser facilement des mouvements rectilignes qui atteignent 40 *m* de vitesse par seconde, j'ai naturellement pensé à utiliser les conditions favorables qu'elle présentait, et ce sont les expériences que j'y ai faites avec le concours de M. L. Rith, ingénieur des Arts et Manufactures, mon collaborateur habituel, qui font l'objet de cette étude.

Le principe des expériences est le suivant. Dans leurs essais sur la résistance de l'air, réalisés également à la Tour Eiffel, MM. Cailletet et Colardeau abandonnaient à elle-même une plaque légère lestée par un contrepoids, le tout disposé en forme de parachute; le mouvement de cette plaque, ralenti par la résistance de l'air, devenait uniforme quand cette résistance se trouvait égale au poids de la plaque et de son contrepoids (1). Dans nos expériences au contraire, la plaque, entraînée par des ressorts fixés à un mobile très pesant et offrant à l'air une résistance très faible, était jusqu'à la fin de la chute animée d'une vitesse voisine de celle qu'elle aurait eue dans le vide, c'est-à-dire atteignant 40 *m* par seconde après 95 *m* de chute.

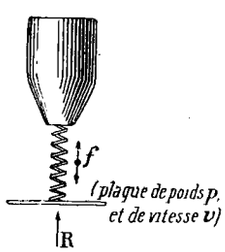


Fig. 1.

Notre appareil consiste donc essentiellement (fig. 1) en une masse pesante poussant la plaque devant elle par l'intermédiaire d'un ressort taré : si *p* désigne le poids de la plaque et de son support — ensemble que nous désignerons désormais sous le nom de *partie mobile* — *v* sa vitesse à l'instant *t*, *f* l'effort du ressort et R la résis-

(1) La vitesse uniforme qui a servi à établir le coefficient de résistance, dont la valeur a été trouvée égale à 0,07, a varié, suivant les cas, de 21 *m* à 28,50 *m*.

tance de l'air sur la plaque à cet instant t, on peut écrire, en exprimant que le produit de la masse $\frac{p}{g}$ de la partie mobile par son accélération est égal aux forces qui agissent sur elle :

$$\frac{p}{g}\frac{dv}{dt} = p + f - \mathrm{R}.$$

Cette relation donne l'inconnue R en fonction de la vitesse. Les valeurs corrélatives de v, t, f sont obtenues par un diagramme unique, comme va le montrer une description sommaire de l'appareil.

Le mobile abandonné du second étage de la Tour glisse le long d'un câble vertical (Ca, fig. 2 et 3) et tombe à peu près comme en chute libre. Pour arrêter cette chute en évitant de briser ou de détériorer l'appareil, à une hauteur de 21 m au-dessus du sol, le câble augmente de diamètre et détermine, par l'intermédiaire de puissants ressorts Ra agissant sur ce renflement, un freinage qui ralentit jusqu'à l'annuler la vitesse de l'appareil. Celui-ci porte la surface S qu'on oppose à l'air au moyen de ressorts tarés r, formant dynamomètre et fixés au collier inférieur serré sur le tube t_1. Leur action est antagoniste de la résistance de l'air, de sorte que le déplacement, par rapport au reste de l'appareil, de la partie mobile portant la surface permet d'évaluer la tension f des ressorts, d'où l'on déduit la résistance R elle-même.

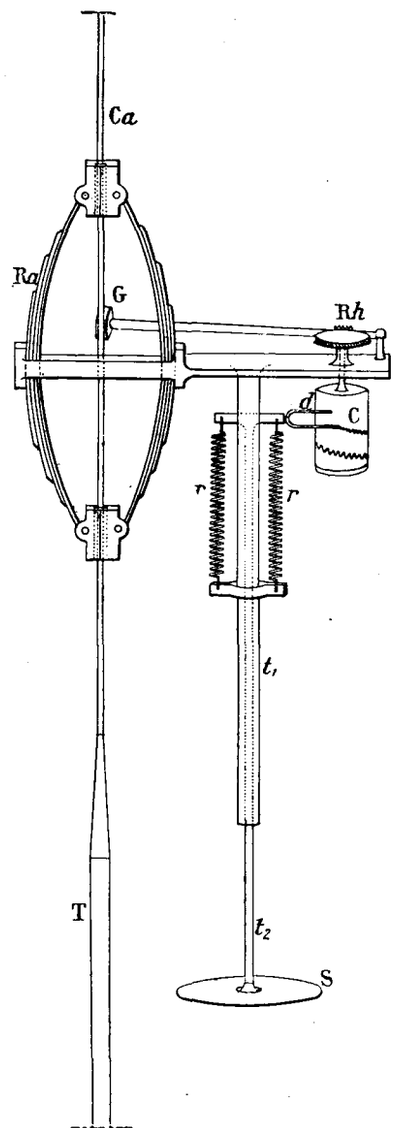


Fig. 2. — *Vue schématique de l'appareil.*

Dans ce but, un diapason d faisant 100 vibrations par seconde, mis en mouvement au début de la chute et solidaire de la partie mobile, est muni d'un style qui peut se déplacer le long d'une génératrice d'un cylindre vertical C porté par le bâti de l'appareil. Ce cylindre, couvert d'un papier noirci

à la fumée, tourne avec une vitesse proportionnelle à la vitesse de chute, grâce à un galet G muni de fines dentelures, qui roule le long du câble sur lequel il est énergiquement pressé. En même temps, les vibrations du

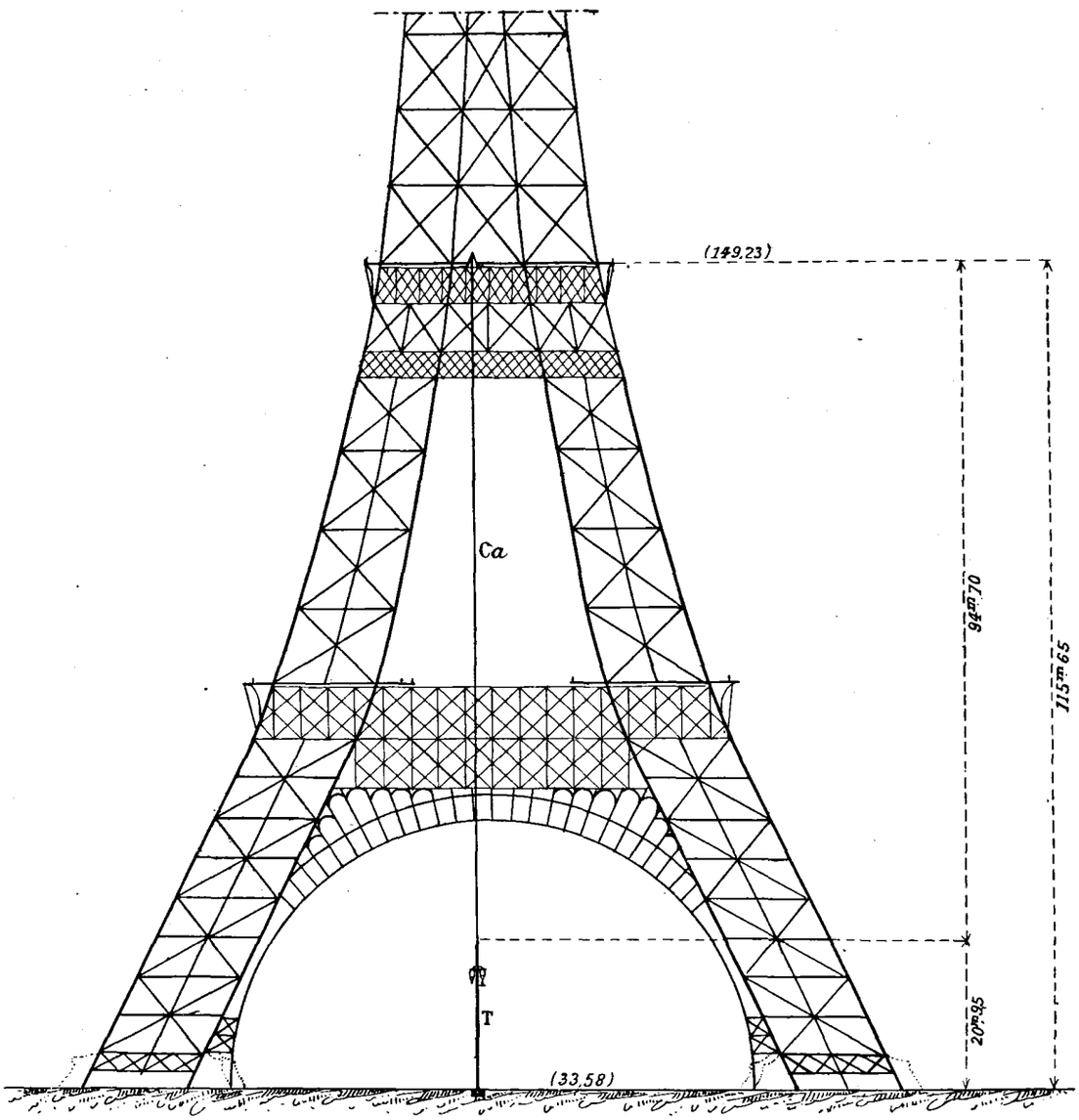


Fig. 3. — *Installation à la Tour Eiffel.*

diapason inscrivent sur le cylindre le temps écoulé depuis l'origine de la chute. De cette manière le style enregistre, pour chaque position de l'appareil de chute, non seulement le déplacement relatif de la partie mobile et par suite la tension des ressorts, mais aussi le temps. La courbe du diagramme est formée d'une sorte de fine sinusoïde, qui donne directement

le temps, et par les ordonnées de sa ligne médiane la résistance de l'air. Comme d'autre part les abscisses sont proportionnelles aux espaces parcourus dans la chute, le diagramme fournit par une seule et même courbe les trois quantités qui nous intéressent (1).

L'appareil de chute que nous allons décrire en détail a été construit sur nos dessins par M. Carpentier avec son habileté accoutumée. M. Cartier, son ingénieur, nous a aussi apporté un précieux concours.

§ 2. — **Installation à la Tour Eiffel** (Fig. 3 et Pl. I).

Le plancher du deuxième étage de la Tour, situé à une hauteur de 115,73 *m* au-dessus du sol, a été percé d'une ouverture de 1,40 *m* de côté fermée par une trappe constituée par deux volets mobiles. Au-dessus de cette ouverture, on a disposé un chevalet C*h* de fers assemblés qui porte le câble par l'intermédiaire de rondelles Belleville, destinées à atténuer les effets du choc qui se produit à la fin de la chute.

L'appareil étant amené au-dessus du niveau du deuxième étage au moyen d'un câble auxiliaire et d'un treuil, la trappe, percée d'un trou pour le passage du câble, était refermée, et on pouvait très commodément régler l'appareil.

(1) Il n'est pas inutile, pour fixer les idées, d'indiquer l'importance des valeurs numériques des différents termes qui entrent dans la formule :

$$\frac{p}{g}\frac{dv}{dt} = p + f - \mathrm{R}, \qquad \text{d'où} \qquad \mathrm{R} = f + p\left(1 - \frac{1}{g}\frac{dv}{dt}\right).$$

Nous les extrairons de l'exemple donné page 33 et se rapportant à la courbe n° 4 $\left(\text{rectangle de } 0{,}125 \times 0{,}500\ m, \text{ soit de } \frac{1}{16} \text{ de } m^2\right)$:

Poids de la partie mobile : $p = 4{,}497\ kg$.

Accélération : $\frac{dv}{dt} = 8{,}17\ m$ après 60 *m* de chute et 7,305 *m* après 95 *m*.

Tension des ressorts : $f = 4{,}15\ kg$ après 60 *m* de chute et 6,15 *kg* après 90 *m*.

On a donc : $\mathrm{R} = 4{,}15 + 4{,}497\left(1 - \frac{8{,}17}{9{,}81}\right) = 4{,}15 + 0{,}75 = 4{,}90\ kg$ après 60 *m*, et

$$\mathrm{R} = 6{,}15 + 4{,}497\left(1 - \frac{7{,}305}{9{,}81}\right) = 6{,}15 + 1{,}15 = 7{,}30\ kg \text{ après } 90\ m.$$

On voit que la différence entre la résistance de l'air et la tension des ressorts devient importante dès que le poids de la partie mobile est un peu élevé.

Notre appareil était susceptible de mesurer des résistances de l'air qui ont dépassé beaucoup les chiffres précédents et ont atteint 84 *kg*.

La valeur de l'accélération ne peut être directement fournie par une double différenciation, parce que l'on n'obtiendrait ainsi que des valeurs trop peu approchées; aussi, pour le calcul de R, on a eu recours à une méthode indirecte que nous étudierons plus loin.

Au lieu d'un câble métallique ordinaire, dont la surface rugueuse aurait déterminé un roulement irrégulier du galet, on a employé un câble à surface très lisse formé par des fils d'acier fondu, à grande résistance, à l'extérieur desquels sont disposés des fils de forme triangulaire régularisant le contour extérieur, qui est ainsi presque aussi lisse que celui d'une barre rigide (système Teste, Moret et Cie). Le diamètre du câble est de 18 *mm* et sa résistance de 16.200 *kg*. Il descend jusqu'au niveau du sol, où il supporte un plateau P*l* chargé de pièces de fonte pesant environ 1.000 *kg*. Ce contrepoids, maintenu latéralement par un guidage, assure la tension du câble et le maintient bien vertical.

Sur les vingt derniers mètres, le câble est entouré d'un tube T de 42 *mm* à sa partie supérieure et de 55 à sa partie inférieure. Ce tube, destiné à provoquer l'amortissement de la vitesse de l'appareil, se compose de tronçons qui sont réunis par des manchons intérieurs vissés, et dont l'un est tronconique. A la partie supérieure il se réunit au câble par un cône de raccord, haut de 0,60 *m*, dont le profil est une ligne parabolique : nous verrons tout à l'heure la raison de cette forme particulière.

Un tampon élastique T*a*, formé de puissants ressorts et fixé au bas du tube, aurait arrêté l'appareil si le freinage avait été insuffisant : ce cas ne s'est d'ailleurs pas présenté.

Il fallait qu'après chacune des chutes un ouvrier s'élevât d'abord jusqu'à l'appareil arrêté sur le tube pour le dégager. Pour cette manœuvre, on a installé un petit échafaudage mobile de 2 *m* sur 2 *m*, muni d'un garde-corps et présentant à son centre une large ouverture, qu'on pouvait rapidement découvrir plus ou moins avec des planches. Cet échafaudage étant suspendu à un câble métallique enroulé sur un treuil placé au second étage de la Tour, il était facile de s'élever en toute sécurité jusqu'à un point quelconque du câble.

§ 3. — **Mode de freinage** (Pl. I et II).

Le bâti de l'appareil comprend deux forts ressorts à lames R*a*, dont les extrémités pressent l'une contre l'autre des boîtes de partinium portant des sabots de bois S*a*. Entre ces sabots le câble passe librement avec un jeu de 2 *mm* environ : dès que l'appareil, tombant le long du câble, arrive

sur le cône de raccord, le jeu devient insuffisant; les boîtes sont écartées, et les sabots, appuyant sur le tube avec tout l'effort des ressorts, produisent un frottement énergique qui détruit progressivement le mouvement de descente. Ainsi les ressorts servent à guider l'appareil sur le câble, et à déterminer le freinage sur le tube. Ils ont été étudiés pour être le moins lourds possible, tout en ayant une résistance et une flexibilité suffisantes. Ils sont composés de quatre feuilles d'excellent acier de 12 *mm* d'épaisseur et de 60 *mm* de largeur. Leur flèche est de 36 *mm* pour une tension de 3.500 *kg* mesurée à une balance dynamométrique.

Il était important que le choc à l'endroit du raccord conique fût évité, ou du moins réduit le plus possible. Or, si l'on avait donné au raccord la forme d'un véritable tronc de cône, les sabots auraient dû prendre instantanément une certaine vitesse horizontale proportionnelle à l'ouverture du tronc de cône : il y aurait eu un choc, que l'on évite en raccordant le tube au câble par une surface courbe, tangente au câble; la vitesse horizontale est ainsi rendue progressive. En prenant pour génératrice de cette surface une parabole tangente en son sommet au câble, on donne à la vitesse un accroissement régulier, de sorte que l'effort produit sur le sabot est constant. Le calcul montre que la composante verticale de cet effort, qui s'ajoute à l'effort du freinage, est inférieure au dixième de celui-ci, et l'expérience n'a pas révélé que des chocs notables se fussent produits.

Les ressorts ont une tension initiale de 3.000 *kg*. En franchissant le cône, les sabots s'écartent de 22 *mm* et portent la tension à 4.000 *kg*; sur la partie inférieure du tube, qui s'élargit de 13 *mm*, la tension est amenée à 4.600 *kg*.

Dans les conditions ordinaires, l'appareil, dont le poids total est de 120 *kg*, s'arrête après 10 *m* de parcours sur le tube. Il est arrivé cependant, le câble étant mouillé, que l'appareil franchisse le second raccord et s'arrête à 0,60 *m* des ressorts (1).

(1) On déduit de ces indications le coefficient de frottement f des sabots sur le tube, en exprimant que le frottement absorbe la force vive de l'appareil.

Cette force vive est en moyenne $\frac{1}{2} \times \frac{120}{9,81} \times 40^2 = 9.800$ *kgm*.

Quand l'appareil parcourt 10 *m*, le frottement est $4.000 \times 10 \times f$: donc

$$f = \frac{9.800}{4.000 \times 10} = 0,25.$$

Quand, le tube étant mouillé, l'appareil descend jusqu'à 0,60 *m* du tampon inférieur, le

§ 4. — **Bâti de l'appareil** (Pl. II).

Le bâti de l'appareil se compose en premier lieu de deux plaques P fixées aux grands ressorts et réunies par des tirants filetés T*i*, qui permettent de mettre ces ressorts en tension en amenant leurs centres à l'écartement de 36 *mm* déterminé par leur tarage préalable.

Il comporte en outre deux plaques P*l* en tôles et cornières, qui réunissent les ressorts à deux plateaux horizontaux *p* de partinium supportant les organes de mesure, répétés identiquement sous chaque plateau : l'appareil est en effet double, et symétrique par rapport au câble. On peut ainsi faire deux expériences simultanément et surtout expérimenter de grandes plaques, qui sont portées par les deux côtés de l'appareil. Ajoutons dès maintenant, pour répondre à une objection qui se présente de suite à l'esprit, que nous avons vérifié que deux plaques placées chacune d'un côté ont l'une sur l'autre une influence qui n'est pas négligeable, et qu'un pareil dispositif n'a été adopté que pour étudier cette influence elle-même.

Au centre de chaque plateau est fixé un tube de laiton t_1 de 50 *mm* de diamètre extérieur et de 1,05 *m* de long, servant de guide à la partie mobile. Une cage tronconique de partinium, fermée de tous côtés par de légers volets facilement amovibles, part du bord de chaque plateau et enferme les organes de mesure. Sa partie inférieure assure la rigidité du tube t_1. Deux traverses horizontales *tr* reliant les extrémités inférieures de ces cages consolident l'ensemble de l'appareil. Celui-ci est extrêmement robuste, bien que relativement léger : cette dernière condition était nécessaire pour que l'on n'eût pas à absorber une trop grande puissance vive à la fin de la chute, ce qui n'aurait pas été sans danger pour l'appareil.

frottement est $4.000 \times 15,30 \times f$, ou $61.200 f$ sur la partie supérieure du tube, et $4.600 \times 2,70 \times f$ ou $12.400 f$ sur la partie inférieure; donc :

$$f = \frac{9.800}{61.200 + 12.400} = 0,13.$$

Le frottement est donc réduit de moitié environ quand le tube est mouillé.

§ 5. — Commande du tambour enregistreur.

Sur chaque plateau est disposé l'arbre horizontal *a* d'un galet G roulant le long du câble et entraînant le tambour enregistreur C. Ce galet d'acier trempé, a 95 *mm* de diamètre; sa circonférence est munie, comme nous l'avons dit déjà, de très fines cannelures; il existe deux galets semblables entre lesquels le câble est serré. Comme il est nécessaire que ce galet, roulant sur le câble, puisse s'écarter légèrement en passant du câble au tube, son arbre peut se déplacer horizontalement autour de l'une de ses extrémités, celle qui est reliée au plateau : l'autre, tirée par un ressort r_1, applique énergiquement le galet sur le câble, avec un effort de 20 *kg*. Pour réduire les frottements du galet sur son arbre, on a interposé entre eux une couronne de billes, qui rend le mouvement parfaitement libre. Une vis tangente V, rendue solidaire du galet par un arbre tubulaire A, engrène avec une roue hélicoïdale R*h*, dont l'arbre vertical est celui même du tambour enregistreur. Ce tambour se met en place avec facilité : il se visse sur une tige filetée *f* qui termine son arbre, et il s'appuie par une portée conique sur une roue fixée à cet arbre, de sorte que son axe occupe une position absolument invariable.

La roue hélicoïdale est reliée à son arbre par l'intermédiaire d'un cliquet C*l*; ainsi le tambour ne peut tourner de manière à rebrousser la pointe du style S, ce qui arriverait, sans cette précaution, lorsqu'on remonte l'appareil.

Comme la courbe enregistrée sur le cylindre s'élève constamment, il n'y a pas de raison pour que le tambour ne fasse pas plus d'un tour sur lui-même : en réalité, il en fait trois. L'engrenage hélicoïde est en effet calculé de façon que pour 1 *m* décrit par la circonférence du galet, c'est-à-dire pour une chute de 1 *m*, la surface latérale du tambour tourne de 10 *mm*, c'est-à-dire du centième de la hauteur parcourue par l'appareil. En réalité, les cannelures du galet, ainsi que l'épaisseur du papier du diagramme, augmentent cette longueur dans la proportion très faible que nous allons indiquer.

Pour mesurer cet accroissement, et en même temps pour s'assurer que les glissements du galet n'existent pas, on a fait descendre lentement

l'appareil depuis le second étage jusqu'à 0,50 *m* au-dessus du cône : dans cette chute lente, le glissement ne pouvait se produire. La hauteur parcourue était 95,04 *m*, et le développement du diagramme 944,4 *mm*, de sorte que 1 *m* sur le câble donne en réalité 10,02 *mm* sur le diagramme.

On a cherché d'autre part à quel développement sur les diagrammes correspond la même hauteur parcourue en chute libre. On avait solidement attaché sur le câble, au point même où s'étaient arrêtés les sabots inférieurs dans l'expérience dont nous venons de parler, deux petites pièces de bois, de façon que le sabot inférieur de l'appareil, arrivant contre elles, déterminât un choc au point précis où il s'était arrêté dans la descente lente, c'est-à-dire à 0,50 *m* au-dessus du commencement du cône.

La chute ayant été effectuée, on a trouvé que le développement des deux tambours correspondait à 10,03 *mm* par mètre parcouru (1).

Il n'y a donc aucun glissement sensible, malgré la très grande vitesse des galets (environ 130 tours par seconde vers la fin de la course). Cela confirme l'hypothèse, admise plus haut, que pendant la chute libre il ne se produit pas de glissement.

Nous répétons que tous les organes ainsi décrits, ainsi que ceux qui vont l'être, existent en double dans la deuxième cage.

§ 6. — **Partie mobile** (Pl. II).

A l'intérieur de chacun des tubes verticaux fixés au centre des plateaux, glisse un second tube t_2 portant la plaque en essai. Pour réduire le frottement, le tube intérieur est maintenu dans le haut par un système de quatre galets, et à sa partie inférieure il passe dans une douille D avec un jeu très faible.

D'autre part, l'intervalle entre les tubes forme une sorte de récipient et contient de l'huile destinée à lubrifier les parties frottantes. Les frottements pendant la montée de la partie mobile sont très faibles, mais

(1) Les diagrammes de chute libre sont d'environ 1 *mm* plus longs que les premiers, ce qui correspond, pour la vitesse finale de 40 *m* de l'appareil et par suite de 0,40 *m* du diagramme, à une durée de : $\frac{0,001}{0,40} = 0,0025$ seconde. Cette durée très faible doit être la durée de transmission du choc dans l'ensemble de l'appareil.

non négligeables cependant, et nous verrons plus loin comment nous les avons mesurés et comment nous en avons tenu compte.

L'huile introduite dans l'appareil a aussi pour but de créer un frein dès le début du ralentissement qui se produit à l'arrivée sur le cône. A ce moment en effet, la partie mobile, animée d'une grande vitesse et retenue seulement par les ressorts, tend à continuer son mouvement en brisant ses attaches. Pour s'y opposer, un piston annulaire p_1, monté sur le tube intérieur, laisse entre ce tube et son enveloppe un jeu de 1 *mm*. Une bague *b* entièrement libre sert de soupape; à l'arrivée sur le cône, quand le tube intérieur tend à descendre par rapport au tube extérieur, cette bague, soulevée par l'huile, ferme presque entièrement l'orifice laissé par le piston et arrête aussitôt le déplacement relatif de la partie mobile, dont le choc aurait certainement détérioré l'appareil.

Pour empêcher l'huile de s'écouler par le bas, un cuir conique *c* fixé à la douille inférieure D forme une fermeture autoclave. Pendant la montée du tube intérieur, ce cuir ne presse nullement sur le tube, la pression de l'huile n'existant pas à ce moment.

L'huile est introduite par une simple ouverture du tube extérieur, pratiquée bien entendu au-dessus du niveau du piston.

Pour permettre d'enregistrer le soulèvement de la plaque, le tube intérieur est muni à sa partie supérieure d'un joug d'acier J, qui passe avec du jeu par une double rainure ménagée dans le second tube. D'un côté, ce joug porte un galet *g* mobile dans une coulisse verticale, qui maintient l'ensemble de la partie mobile dans une orientation fixe. De l'autre, il porte le style enregistreur S par l'intermédiaire du diapason *d*.

Ce diapason fait 100 vibrations par seconde. Supposons que la longueur, comptée horizontalement, d'une vibration, soit de 2 *mm* : c'est dire qu'en ce moment, en $\frac{1}{100}$ de seconde, l'appareil est tombé de 0,20 *m* : sa vitesse est ainsi de $100 \times 0{,}20$ ou 20 *m*. Il suffit donc en principe, pour évaluer la vitesse en mètres, de prendre le nombre de dixièmes de millimètre que mesure une vibration.

Un coin en acier destiné à armer le diapason est introduit avant l'essai entre ses branches; dès le commencement de la chute, il en est arraché par un fil tendu et rattaché en un point fixe en dehors de l'appareil, et le diapason se met aussitôt en mouvement.

§ 7. — **Ressorts de suspension de la partie mobile** (Pl. II et III).

Les extrémités supérieures des deux ressorts *r* de suspension de la partie mobile sont accrochés au joug portant le diapason, et leurs extrémités inférieures à un collier serré sur le tube extérieur. On en a employé 5 paires de flexibilités différentes et sensiblement doubles l'une de l'autre; ces ressorts, figurés dans la planche III, ont été désignés par les lettres de R_1 à R_5.

Suivant la grandeur de la surface, on choisit l'une ou l'autre des paires de ressorts, de manière à avoir sur le diagramme des ordonnées aussi grandes que possible. La seule précaution qu'on a dû prendre a été de les faire, deux à deux, d'une longueur totale entre attaches bien identique. Le collier auquel s'accrochent leurs extrémités inférieures est placé à une distance telle que la tension des ressorts soit nulle quand le joug repose au bas de la rainure : dans cette position le style pourra tracer, sur le tambour tourné à la main, l'horizontale à partir de laquelle on comptera les ordonnées de la courbe.

Dès que l'appareil commence à tomber, le poids propre de chaque ressort n'a plus aucune action pour l'allonger; il en résulte que le ressort tend aussitôt à se raccourcir et à prendre la même longueur que s'il était libre, immobile et horizontal (ce raccourcissement varie, suivant les ressorts employés, de 1,7 *mm* à 11,3 *mm*). On doit donc laisser, entre le crochet du ressort et le bouton sur lequel il s'accroche, un jeu égal à ce raccourcissement.

Les ressorts, tarés à différentes reprises dans le cours des essais, n'ont pas accusé de variation. L'appareil de tarage (Pl. III) comprend un arbre horizontal portant deux poulies à gorge *p* et tournant sur billes dans des coussinets qu'on place sur les entretoises qui relient les tubes extérieurs. Une poulie mobile *p'* est suspendue par une cordelette sur les gorges des poulies fixes, et à sa chape est attaché un plateau P qui recevra les poids. Les deux extrémités de la cordelette supportent un joug appuyé par une pointe sous la collerette du tube mobile. Sous l'action des poids, le tube mobile s'élève dans les mêmes conditions que pendant les expériences : les ressorts se tendent et le style trace sa position sur le

Appareil de chute pour mesurer la résistance de l'air

Héliog. Dujardin

L'appareil après la chute est engagé sur le cône d'arrêt

Appareil de chute pour mesurer la résistance de l'air

Dégagement de l'appareil avant sa remontée

tambour. Avant de commencer le tarage, on équilibre la partie mobile de l'appareil, et l'on ajoute graduellement des poids. Pour noter sur le tambour leur valeur en regard du point où s'est arrêtée la plume, après chaque soulèvement on fait tourner le tambour d'une certaine quantité et on obtient finalement un tracé en escalier, comme celui reproduit planche III.

Des diagrammes de tarage ainsi obtenus on déduit, de la manière suivante, des échelles pour mesurer les ordonnées des diagrammes d'expérience. On construit (fig. 4) une série de points ayant pour abscisses les poids utilisés, et pour ordonnées les soulèvements de la plume. Ces points sont très voisins d'une certaine droite qui correspond à la flexibilité des ressorts, et les échelles sont construites en marquant au bord d'une bande de papier les diverses ordonnées de cette droite, ou, ce qui revient au même, en marquant deux ordonnées et en divisant proportionnellement pour le reste. Cette échelle de mesure sera reportée sur l'épure des courbes développées.

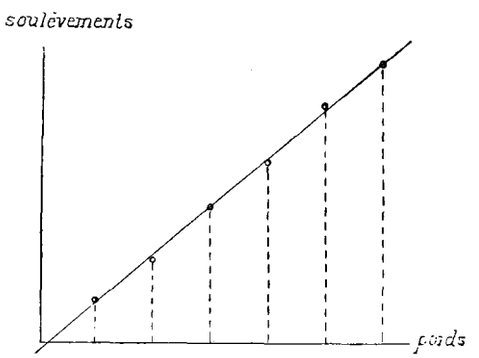


Fig. 4.

On profite du tarage des ressorts pour mesurer le frottement du tube support des plaques dans le tube fixe. Pour ceci, on soulève ou on abaisse le tube intérieur et on le laisse revenir très lentement à sa position d'équilibre : suivant qu'il revient à cette position en montant ou en descendant, il s'arrête en deux points dont la distance, mesurée à l'échelle de flexibilité du ressort taré, donne le double du frottement. Cette valeur se lit immédiatement sur le diagramme de tarage. On n'a pas trouvé plus de 0,100 *kg*. Le frottement ne dépasse donc pas 0,050 *kg*; cette quantité est faible devant les efforts mesurés, et on en tient d'ailleurs compte en traçant les échelles des ressorts.

§ 8. — Disposition et marche d'une expérience.

Après chaque expérience, on remonte l'appareil au deuxième étage de la Tour, pour changer les sabots de frein brûlés à leur passage sur le

tube inférieur, enlever et remettre les plaques, les ressorts et les tambours, régler les styles et armer les diapasons.

L'appareil étant complètement réglé, on soulève de nouveau la trappe, et quand le vent devient nul, ce dont on s'assure au moyen de rubans légers fixés le long d'une corde tendue entre le premier et le second étage de la Tour, on laisse tomber l'appareil en coupant, avec une serpe très tranchante, emmanchée sur une longue tige, le faisceau de cordelettes qui le supporte.

Les essais se font tous de cette manière. La hauteur de chute libre est 95,60 *m* (1) et la hauteur maximum du freinage 20 *m*.

L'appareil une fois arrêté sur le tube, un treuil placé au second étage élève, sur la plate-forme mobile, deux ouvriers qui viennent accrocher l'appareil à un câble et desserrent les mâchoires du frein. On descend alors la plate-forme, et on remonte l'appareil par un second treuil voisin du précédent. Une expérience complète ne dure pas plus d'une heure. Cependant on en a fait rarement plus de quatre ou cinq par jour.

Le personnel employé comprenait, en dehors de moi-même, qui dirigeais personnellement les expériences, mon collaborateur M. Rith et un aide, plus le contremaître M. Lambert, et sept hommes, dont quatre au deuxième étage et trois au sol, soit en tout dix personnes.

§ 9. — Influence du vent.

Nous venons de dire que les chutes ne s'effectuent que quand le vent est nul : le vent introduit en effet trois sortes de perturbations.

D'abord sa composante verticale, s'ajoutant à la vitesse de chute, change la vitesse relative de la plaque et de l'air. Ceci, à la vérité, n'a pas d'influence appréciable : nous avons comparé les indications d'un anémomètre servant à mesurer la composante verticale, et placé successivement en différents points du câble, avec celles d'un autre anémomètre placé au premier étage de la Tour, et nous avons trouvé une composante verticale à peu près nulle, même avec des vents horizontaux d'intensité moyenne (3 à 4 mètres). Par temps calme, les courants d'air dus à la présence de la

(1) L'armature des plans inclinés dépassait la largeur de l'ouverture pratiquée dans le plancher du 2e étage, et ne permettait qu'une chute libre de 93 *m*.

Tour, qui forme une sorte de cheminée d'appel, n'étaient pas davantage à craindre : nous l'avons vérifié de la même manière. Ces courants, dans l'espace occupé par le câble, sont tantôt ascendants, tantôt descendants, mais toujours négligeables devant les vitesses de l'appareil de chute.

Mais la composante horizontale du vent, poussant latéralement la plaque et son support, dérangeait la symétrie des efforts, et introduisait, entre le tube supportant la plaque et le tube fixe, des frottements qui diminuaient de leur valeur l'effort supporté par les ressorts.

Enfin un vent, même assez faible, donnait au câble une courbure presque insensible, mais suffisante cependant pour déterminer en certains points, avec l'appareil qui le parcourait animé d'une grande vitesse, des frottements considérables. Il en résultait des variations notables de l'accélération, et le support de la plaque, n'étant relié au reste que par un lien élastique, commençait à prendre des oscillations de plus ou moins grande amplitude.

Ces deux derniers inconvénients étaient assez gênants pour nous obliger à ne faire de chute qu'en l'absence complète de vent.

Comme nous l'avons dit précédemment, on s'assurait que cette condition était réalisée en voyant immobiles une série de cinq rubans de soie, longs de 1 à 2 *m*, et attachés en différents points d'une corde tendue entre le premier et le second étage de la Tour. Chacun de ces rubans constituait le plus commode et le plus sensible des anémomètres.

Quand une chute était faite par un vent même faible, les courbes du diagramme comportaient des oscillations. Notons à ce sujet que ces oscillations étaient encore produites par des frottements accidentels résultant, soit d'une dissymétrie, soit d'un mauvais nettoyage. Ainsi, l'aspect général du diagramme suffisait à prévenir que l'expérience n'avait pas été faite dans de bonnes conditions, et que l'on eût à rejeter le diagramme et à vérifier l'appareil.

§ 10. — **Premier appareil de chute** (Pl. IV).

Avant de construire l'appareil que nous avons décrit, et avec lequel ont été obtenus tous les résultats dont nous allons parler, nous avons employé un appareil qui ne remplissait pas toutes les conditions voulues. En particulier, la rotation du galet, dont la surface était lisse, ne se

produisait pas sans glissement sur le câble, de sorte que le cylindre ne tournait pas avec une vitesse exactement proportionnelle à la vitesse de chute. Aussi ne ferons-nous que signaler les différences que cet appareil présentait avec le second, renvoyant pour les détails aux figures que nous en donnons.

L'appareil ne comportait qu'un cylindre, équilibré par un contrepoids P placé de l'autre côté du câble.

Deux diapasons d, d', étaient employés, l'un faisant 25 vibrations par seconde et l'autre 50. Ils étaient portés, non par la partie mobile, mais par le bâti. La courbe qu'ils traçaient était donc horizontale, de sorte que le tambour c ne pouvait faire qu'un seul tour. Le développement du tracé étant faible, la lecture des vibrations se faisait avec moins d'exactitude que dans l'appareil définitif; il était même difficile d'utiliser le diapason à 50 vibrations.

Le tube-support t_2 de la partie mobile était extérieur à l'autre t_1. Au lieu d'un piston avec anneau mobile, le frein à l'huile comprenait un réservoir muni d'une soupape sphérique.

Les ressorts r de suspension de la partie mobile étaient au nombre de quatre, opposés deux à deux, et ne pouvaient être échangés avec d'autres.

Outre les chutes libres de 90 m, effectuées sur toute la hauteur alors disponible sur le câble, on en a fait d'autres en abandonnant l'appareil à différentes hauteurs au-dessus du cône de raccord.

Les premiers essais effectués avec cet appareil ont servi à déterminer la pression de l'air à l'avant d'une plaque. A cet effet, cette plaque b était munie d'un pourtour cylindrique entourant avec un faible jeu le cylindre fixe, de manière à soustraire autant que possible la plaque d'essai aux remous de l'air refoulé. La plaque ainsi disposée constituait ce que nous avons appelé un boisseau.

Après un certain nombre d'expériences faites avec celui-ci, nous l'avons remplacé par des boisseaux de dimensions différentes et par des plaques rondes ou carrées; celles-ci étaient fixées au reste de la partie mobile par un tube assez long pour le soustraire, autant que possible, aux remous produits par le reste de l'appareil.

Les calculs de résistance, pour tenir compte de ces glissements, nécessitaient des hypothèses qui rendaient leurs résultats très incertains. Aussi nous ne considérerons dans l'étude de ces expériences que la fin de la chute, qui correspondait à une hauteur bien déterminée.

CHAPITRE II

ÉTUDE DES DIAGRAMMES

§ 1. — Généralités.

Après chaque expérience, le tambour enregistreur était enlevé de l'appareil ; le papier du diagramme était fendu suivant une génératrice du cylindre et détaché du tambour, puis on fixait le noir de fumée en le plongeant dans une cuvette contenant un fixatif formé par de la gomme laque blanche dissoute dans de l'alcool.

On mesurait les abscisses correspondant aux différentes hauteurs de chute, et on comptait les vibrations du diapason sur le diagramme lui-même.

Pour les ordonnées, on procédait autrement. Nous venons de voir en effet que les frottements accidentels déterminaient des oscillations de la courbe générale du diagramme. On rendait ces oscillations plus manifestes en traçant sur un papier calque la courbe médiane, sans reproduire les vibrations du diapason, et de telle manière que ses quatre parties fussent dans le prolongement l'une de l'autre. Les courbes irrégulières étaient rejetées.

Cependant les oscillations n'ont été évitées que rarement d'une manière absolue, c'est-à-dire que peu de diagrammes ont été d'une régularité parfaite : aussi traçait-on, près de la courbe du diagramme, une autre moins accidentée qui s'en éloignait le moins possible. L'écart entre les deux courbes était toujours minime et d'une influence fort peu

sensible sur le coefficient calculé; on a néanmoins cru utile d'appliquer ce genre de correction aux résultats directs de l'expérience.

Nous savons que l'appareil de chute enregistre à chaque instant :

1° Le temps écoulé depuis le début de la chute; il est donné par le nombre de vibrations du diapason depuis le moment initial jusqu'à l'instant considéré;

2° L'espace parcouru par l'appareil — autrement dit la hauteur de chute — mesuré par l'abscisse du point de la courbe;

3° L'effort du dynamomètre, mesuré par l'ordonnée de ce point.

Ce sont ces données qui doivent servir à déterminer la résistance que l'air offre à la surface étudiée.

§ 2. — Méthode de calcul.

Appelons :

p, le poids de la partie mobile (plaque et son support);
h, la hauteur de chute de la partie mobile,
H, la hauteur de chute du reste de l'appareil,
R, la résistance de l'air sur la partie mobile,
f, l'effort des ressorts,
y, l'ordonnée de la courbe du diagramme,
} à l'instant t;
g, l'accélération de la pesanteur.

Nous prendrons, comme système d'unités, le mètre, le kilogramme et la seconde (dans les tableaux, le temps sera exprimé en centièmes de seconde).

Écrivons que le produit de la masse de la partie mobile par son accélération est égal aux forces qui agissent sur cette partie mobile :

$$\frac{p}{g}\frac{d^2h}{dt^2} = p + f - \mathrm{R}.$$

D'où en remplaçant h par $\mathrm{H} - y$:

$$\mathrm{R} = f + \frac{p}{g}\left(g - \frac{d^2\mathrm{H}}{dt^2} + \frac{d^2y}{dt^2}\right).$$

Les diagrammes donnent H et y en fonction de t : ils permettent donc

de déterminer $\frac{d^2H}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$, et par suite d'avoir R d'après l'équation précédente.

Toutefois, ces quantités $\frac{d^2H}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$, calculées par une double différenciation, ne seraient pas obtenues avec une exactitude suffisante. Aussi ferons-nous, sur le second terme de R, les approximations suivantes.

Nous négligerons d'abord le terme $\frac{p}{g}\frac{d^2y}{dt^2}$. En effet, la courbe du diagramme peut être assimilée à une droite de coefficient angulaire μ. L'abscisse étant le centième de la hauteur de chute,

$$y = \mu\frac{H}{100}, \qquad \text{d'où} \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{\mu}{100}\frac{d^2H}{dt^2}.$$

Dans tous les cas p a été inférieur à $10\,kg$, μ à $0{,}15$ et $\frac{d^2H}{dt^2}$ à g : donc $\frac{p}{g}\frac{d^2y}{dt^2}$, ou $\frac{p}{g}\frac{\mu}{100}\frac{d^2H}{dt^2}$, est plus petit que $\frac{10}{g}\times\frac{0{,}15}{100}\,g$, c'est-à-dire que $0{,}015\,kg$, quantité négligeable par rapport à celles qu'on mesure.

L'expression de R devient ainsi :

$$R = f + \frac{p}{g}\left(g - \frac{d^2H}{dt^2}\right)^{(1)}.$$

La loi du mouvement de chute restant inconnue, nous développerons H suivant les puissances croissantes de t en nous arrêtant au terme du qua-

(1) Cette relation peut avoir une autre forme. Ecrivons que la masse $\frac{p'}{g}$ de toutes les parties de l'appareil sauf la partie mobile, multipliée par leur accélération $\frac{d^2H}{dt^2}$, est égale aux forces qui agissent sur ce mobile (R′ = résistance de l'air correspondante) :

$$\frac{p'}{g}\frac{d^2H}{dt^2} = p' - f - R'.$$

Remplaçant $\frac{d^2H}{dt^2}$ par sa valeur tirée de la relation précédente, on trouve :

$$R = f + \frac{p}{p'}(f + R').$$

Ainsi la résistance R supportée par la plaque n'est donnée directement par l'effort f des ressorts que lorsque le poids p de cette plaque est très petit par rapport au poids de l'appareil, ce qui n'est pas la réalité : la partie mobile pèse au moins $3{,}400\,kg$ et l'appareil entier $120\,kg$; $\frac{p}{p'}$ est donc égal à $0{,}028$ au moins. D'autre part, R′, comme nous le verrons plus loin (p. 43), est parfois beaucoup plus grande que f.

trième degré. Le terme constant est d'ailleurs nul, puisqu'on prend comme origine de l'espace parcouru le point initial de la chute. Il en est de même du terme en t, puisque le mobile part sans vitesse initiale. Enfin, comme l'accélération, au début du mouvement, doit être la même que dans le vide, on aura nécessairement, pour représenter la fonction H, une relation telle que :

$$(1) \qquad H = g\frac{t^2}{2} - at^3 - bt^4,$$

a et b étant des coefficients à déterminer au moyen de la courbe même du diagramme.

De la relation précédente, on déduit la valeur de $\frac{d^2H}{dt^2}$:

$$\frac{d^2H}{dt^2} = g - 6at - 12bt^2 = g - 6t(a + 2bt).$$

La valeur de R devient alors :

$$R = f + \frac{6p}{g}t(a + 2bt),$$

ce qu'on peut écrire :

$$R = f + pt\lambda,$$

en posant :

$$\lambda = \frac{6}{g}(a + 2bt).$$

C'est la formule finale dont nous allons faire l'application à nos expériences. Si pour avoir λ on voulait déterminer directement a et b par (1), il faudrait faire des calculs laborieux, tels que ceux résultant de l'emploi de la méthode de Cauchy. Nous les éviterons à l'aide de la méthode graphique suivante.

§ 3. — **Abaque donnant les valeurs de λ et vérification de la légitimité de la méthode.**

On peut avoir sans calcul les valeurs de λ, au moyen d'un abaque construit une fois pour toutes et servant à tous les diagrammes. Ce mode d'opérer a de plus le précieux avantage de permettre de vérifier en même

temps que la formule (1) est réellement applicable, c'est-à-dire que a et b sont sensiblement constants.

La relation (1) peut s'écrire :

$$\frac{1}{t^3}\left(\frac{gt^2}{2} - \mathrm{H}\right) = a + bt$$

ou

$$z = a + bt, \tag{2}$$

en posant

$$\frac{1}{t^3}\left(\frac{gt^2}{2} - \mathrm{H}\right) = z. \tag{3}$$

ECOLE CENTRALE

Pour que a et b soient des constantes, il faut et il suffit, comme le montre la relation (2), que les points de coordonnées t et z soient sur une

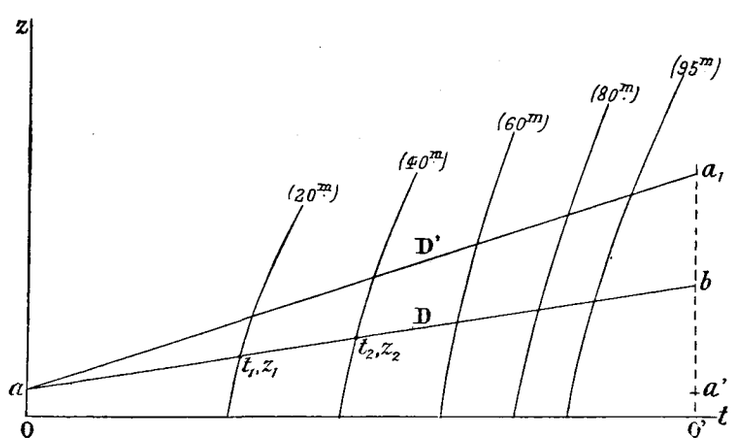


Fig. 5

ligne droite D, dont a sera l'ordonnée à l'origine et b le coefficient angulaire.

Or, l'équation (3) représente une famille de courbes, puisque le paramètre H est variable. Donnons à ce paramètre les valeurs successives 20, 40, 60, 80 et 95 m, et construisons (fig. 5 et Pl. XVII), une fois pour toutes, les six courbes qui y sont relatives (1). Sur chaque courbe inscrivons une série de valeurs correspondantes de t. Si ensuite on mesure sur le diagramme d'une chute les temps t_1, t_2,... que le mobile a

(1) Pour la construction de ces courbes, il est évidemment inutile de déterminer les points qui correspondent à des durées de chute plus petites que la durée de chute dans le

mis pour parcourir 20 m, 40 m,... on pourra placer immédiatement sur les six courbes les points de coordonnées t_1 et z_1, t_2 et z_2...

Il suffit alors pour avoir la droite D de tracer celle qui s'écarte le moins possible de tous ces points. On le fait pratiquement sur des feuilles de papier transparent superposées à l'épure, et dont chacune correspond à un diagramme. Autrement l'épure serait vite surchargée de traits.

Il est clair que les points ne se trouvent pas toujours rigoureusement sur une même ligne droite. Cependant, les écarts sont en général très petits, ce qui prouve, remarquons-le, que la loi de la chute est bien représentée par la formule à trois termes que nous avons admise.

La droite D étant construite, on obtient facilement la valeur de λ qui rentre dans le terme correctif cherché $pt\lambda$.

En effet, la formule :

$$\lambda = \frac{6}{g}(a + 2bt)$$

peut s'écrire

$$\frac{g}{6}\lambda = a + 2bt,$$

c'est-à-dire que $\frac{g}{6}\lambda$ est l'ordonnée courante d'une droite D′ qui a même ordonnée à l'origine que la droite D et qui a un coefficient angulaire double. La droite D′ se construit donc facilement en prenant $O'a' = Oa$ et $ba_1 = ba'$ (fig. 5).

vide, c'est-à-dire, comme le montre la formule (3), les points d'ordonnées négatives. Ainsi, pour la courbe de 80 m, la durée la plus faible donne le point de coordonnées :

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 80}{g}} = 4^s,039, \qquad z = 0.$$

En prenant ensuite une valeur plus élevée de t, $4^s,30$ par exemple, on obtient le point de coordonnées :

$$t = 4^s,30, \qquad z = \frac{1}{\overline{4,30}^3}\left(\frac{g\,\overline{4,30}^2}{2} - 80\right) = 0,1345.$$

Nous allons être conduits à multiplier les ordonnées par $\frac{6}{g}$; cette dernière valeur de z deviendra donc $\frac{6}{g} \times 0,1345 = 0,0823$. Les différents points du diagramme de correction (Pl. XVII) ont été ainsi déterminés; près de chacun d'eux est inscrite, en centièmes de seconde, la valeur correspondante de t.

On a calculé également les points correspondant à la hauteur de 90 m, qui était utilisée, à défaut de celle de 95 m, quand la chute ne pouvait être effectuée sur toute la hauteur du câble : c'est le cas des plans inclinés, comme nous l'avons dit plus haut.

Pour mesurer directement λ sur l'abaque, nous avons déterminé l'échelle des ordonnées en multipliant par $\frac{g}{6}$ celle qui avait servi à construire les courbes.

Remarquons que la manière plus ou moins précise dont D et par suite D′ sont déterminés donne une idée de l'exactitude avec laquelle est obtenu λ, c'est-à-dire le terme de correction : nous avons rejeté les expériences pour lesquelles les points t, z n'étaient pas en ligne droite sur le diagramme de correction.

§ 4. — Lecture du temps sur les diagrammes et détermination de l'origine.

Au commencement de la chute, l'appareil ne tombe qu'avec une vitesse très faible, de telle sorte que les vibrations du diapason sont beaucoup trop serrées pour être lisibles. Les 10 premières vibrations s'étendent sur $\frac{1}{2}$ *mm* environ, comme il est facile de le voir en admettant que pendant ce temps la chute se fait comme dans le vide.

En outre, la position exacte de l'origine est elle-même un peu indécise, parce que dans certains cas le tambour enregistreur a pu se mettre en mouvement avec un petit retard, dû à ce que la dent du cliquet d'entraînement n'aurait pas été, au départ, très exactement au fond d'un cran.

Pour remédier à ces inconvénients, nous admettrons que sur les 5 premiers mètres la chute s'est effectuée comme dans le vide. On prendra un point A quelconque (fig. 6), mais à moins de 5 *cm* du commencement du tracé, et on comptera 20 vibrations de $\frac{1}{100}$ de seconde du côté de l'origine ; on mesurera la distance horizontale d correspondante.

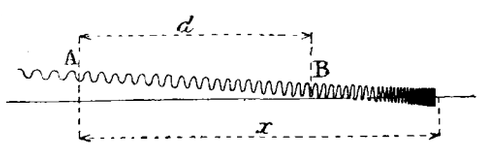


Fig. 6.

Désignons par x la distance de A à l'origine vraie et par θ le temps qui s'est écoulé depuis le début de la chute jusqu'au moment où la plume

est en A, point pour lequel la hauteur de chute est 100 x. Puisque nous admettons que la chute se fait comme dans le vide, on peut écrire les deux relations :

$$100\,x = \frac{1}{2} g \theta^2,$$

$$100(x - d) = \frac{1}{2} g (\theta - 0{,}20)^2.$$

D'où l'on tire

$$\theta = \frac{500}{g} d + 0{,}1,$$

$$x = \frac{g}{200} \theta^2.$$

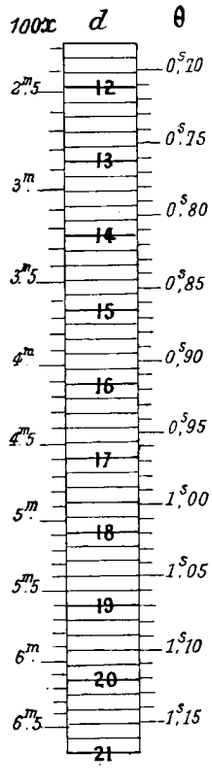


Fig. 7. — *Echelle pour la détermination de l'origine.*

Une double échelle (fig. 7) construite d'après ces relations, donne immédiatement θ et x en fonction de d. Ajoutons que d'une façon très générale, l'origine de la courbe a correspondu exactement à l'origine de la chute.

Le temps étant connu pour le point A où les vibrations sont déjà bien distinctes, peut être déterminé sans difficulté pour n'importe quel autre point de la courbe.

On s'est servi de plusieurs diapasons dont quelques-uns n'étaient pas exactement à 100 vibrations ; on a tenu compte de la différence par un facteur de correction.

§ 5. — Détermination des vitesses.

Pour avoir la vitesse en mètres correspondant à un point O du diagramme (fig. 8), il suffirait, comme on l'a déjà vu, d'évaluer le nombre de dixièmes de millimètre que mesure la projection horizontale de la vibration la plus voisine de O. On augmente la précision en prenant 10 vibrations, 5 de chaque côté de O, et en évaluant en millimètres la distance horizontale ab qui leur correspond. Si

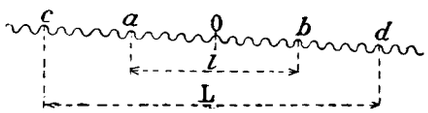


Fig. 8.

nous évaluons cette distance en mètres, pour rentrer dans notre système d'unités, la vitesse moyenne en O sera égale à 1.000 *ab*.

Pour éviter autant que possible les erreurs qui pourraient provenir d'une déformation accidentelle des vibrations extrêmes, on a pris, de part et d'autre des points *a* et *b*, des points *c* et *d* distants de cinq autres vibrations. Pendant l'intervalle *cd*, c'est-à-dire en $\frac{20}{100}$ ou $\frac{1}{5}$ de seconde, l'accélération peut être considérée comme constante, et par suite les vitesses en *b*, O et *a* croissent proportionnellement au temps, c'est-à-dire forment une progression arithmétique. On peut donc représenter la vitesse en O par la vitesse moyenne entre *a* et *b* ou entre *c* et *d*, ou par la moyenne des vitesses entre *c* et O et entre O et *d*, c'est-à-dire adopter l'une des valeurs suivantes :

$$1.000\, ab \qquad 1.000\, \frac{cd}{2} \qquad \frac{1}{2}(1.000\, cO + 1.000\, Od).$$

Nous avons adopté la moyenne de ces valeurs, en donnant aux deux premières un poids deux fois plus élevé qu'à la troisième, c'est-à-dire en les prenant deux fois : la vitesse en O est donc donnée par la relation :

$$V = \frac{1}{5}\left(1.000\, l + 1.000\, l + 1.000\, \frac{L}{2} + 1.000\, \frac{L}{2} + \frac{1}{2}\, 1.000\, L\right),$$

ou

$$V = 100\,(4\, l + 3\, L),$$

l et L étant évaluées en mètres et V en mètres par seconde.

A l'extrémité de la courbe on ne peut plus procéder de cette façon : pour la vitesse à 95 *m*, nous avons pris (fig. 9) $O'a' = a'b' = 5$ vibrations et nous avons déterminé la vitesse finale d'après deux vitesses :

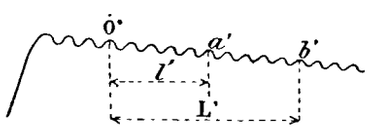


Fig. 9.

1° La vitesse moyenne v'_1 entre O' et *a'* c'est-à-dire $1000 \times 2\, l'$, augmentée de l'accroissement de vitesse pendant la moitié de la durée du parcours O'*a'* : cet accroissement est, en appelant γ l'accélération finale de l'appareil, $\gamma \times 0^s,025$. Ainsi :

$$v_1' = 2.000\, l' + 0,025\, \gamma.$$

2° La vitesse moyenne v'_2 entre O′ et b', c'est-à-dire 1.000 L′, augmentée de l'accroissement de vitesse entre a' et O′ :

$$v_2' = 1.000\,L' + 0{,}05\,\gamma.$$

Pour vitesse finale, nous avons pris la moyenne v'_1 et v'_2 en comptant deux fois v'_1. Elle est donc représentée par

$$V = \frac{2\,v_1' + v_2'}{3} = \frac{4.000\,l' + 0{,}05\,\gamma + 1.000\,L' + 0{,}05\,\gamma}{3} = 1.000\,\frac{4\,l' + L'}{3} + \frac{0{,}1\,\gamma}{3}.$$

D'après la formule que nous avons donnée page 20, l'accélération γ est donnée par :

$$\gamma = g - 6\,t(a + 2bt) = g\,(1 - t\lambda),$$

et si nous prenons les valeurs $t = 4{,}6$ et $\lambda = 0{,}07$, qui sont des valeurs moyennes :

$$\gamma = g\,(1 - 4{,}6 \times 0{,}07) = 0{,}68\,g = 6{,}67.$$

La vitesse finale est enfin :

$$V = 1.000\,\frac{4\,l' + L'}{3} + 0{,}22.$$

§ 6. — Exemple d'application de la méthode.

Prenons pour exemple l'expérience n° 1 faite sur un cercle de $\frac{1}{16}$ de mètre carré (diamètre 0,282 *m*). Le poids de la partie mobile (1) était de $p = 3{,}368\ kg$.

Sur le diagramme obtenu (Pl. VII) fixons d'abord l'origine. Prenons sur le diagramme un point à 50 *mm* du commencement de la courbe et comptons 20 vibrations à partir de ce point, du côté de l'origine; nous trouvons une distance horizontale de 17,8 *mm*, ce qui d'après l'échelle spéciale (fig. 7) donne $\theta = 1^s{,}01$ et $x = 5{,}0\,m$. Le tambour s'est donc mis en mouvement dès le début de la chute.

(1) On a toujours compris dans ce poids la moitié de celui des ressorts de suspension de la partie mobile.

L'origine étant ainsi déterminée définitivement, nous traçons une courbe continue passant par tous les centres de vibrations (Pl. XV, fig 1). Nous la rectifions (trait fin), là où il y a lieu de le faire, par la courbe régulière la plus rapprochée possible, qui compense les petits écarts en dessus et en dessous. C'est sur cette courbe ainsi rectifiée que se mesurent, à l'aide de l'échelle des ressorts tracée sur un carton mobile (1), les tensions f des ressorts aux hauteurs de chute de 20, 40, 60, 80 et 95 m.

La résistance R est donnée par $f + pt\lambda$. Nous déterminons t en comptant les vibrations, c'est-à-dire les centièmes de seconde, correspondant à ces hauteurs. Les nombres trouvés sont portés au second des tableaux ci-après.

Marquant ces points sur l'épure de correction, ainsi que l'indique la figure 1 de la planche XVII, nous pouvons tracer une droite D qui s'écarte peu de chacun d'eux. Nous en déduisons la droite D' par la construction indiquée plus haut, d'après laquelle on double le coefficient angulaire en conservant la même ordonnée à l'origine. Nous lisons ses ordonnées au-dessus des cinq points d'intersection de D avec les courbes de l'épure. Ces ordonnées mesurent le facteur λ.

Quant aux vitesses, elles sont données par la mesure des longueurs l, L, l' et L' (fig. 8 et 9) et l'application des formules établies plus haut :

H	l ou l'	L ou L'	V
20	19,1	38,0	19,04
40	26,2	53,2	26,44
60	32,0	64,2	32,06
80	36,6	72,9	36,51
95	19,6	38,5	39,22

Nous avons ainsi tous les éléments du tableau suivant, qui contient, comme résultats définitifs, la résistance $\frac{R}{S}$ par unité de surface et la vitesse V,

(1) Nous l'avons, pour plus de clarté, tracée sur le côté de l'épure à l'origine même.

H	t	λ	$p\lambda$	f	R	$\frac{R}{S}$	V
20	204,4	0,048	0,33	1,08	1,41	22,6	19,04
40	291,5	0,057	0,56	2,30	2,86	46,8	26,44
60	359,8	0,064	0,78	3,30	4,08	65,3	32,06
80	418,2	0,070	0,99	4,18	5,17	82,7	36,51
95	458,0	0,074	1,14	4,98	6,12	97,9	39,22

§ 7. — Coefficients de résistance.

Si dans l'expérience que nous venons d'étudier, on calcule le rapport de la résistance unitaire au carré de la vitesse, c'est-à-dire de $\frac{R}{S}$ à V^2, on a les valeurs suivantes :

Pour H =	20	40	60	80	95
$\frac{R}{SV^2}$ =	0,063	0,065	0,064	0,062	0,064.

La valeur de ce rapport est donc sensiblement constante et peu différente de la moyenne 0,064.

Toutes nos expériences conduisent à des conclusions analogues et donnent des résultats sensiblement conformes à la formule de Newton :

$$R = KSV^2,$$

dans laquelle K est constant pour une surface déterminée : c'est le *coefficient de résistance* de la surface, ou sa *résistance spécifique*, qu'on peut définir comme la *résistance éprouvée par l'unité de surface d'un solide se déplaçant dans l'air avec l'unité de vitesse, cette surface étant comptée en projection sur un plan perpendiculaire au mouvement.*

Cependant, comme nous le verrons plus loin, pour une surface donnée K n'est pas rigoureusement indépendant de la vitesse ; autrement dit. la loi de proportionnalité au carré de la vitesse n'est pas absolue. Aux vitesses qu'atteignent les projectiles d'artillerie, la résistance devient proportionnelle au cube et même à la quatrième puissance de la vitesse, et cette

raison suffirait seule à faire rejeter les démonstrations théoriques qu'on a cherché à donner de la formule newtonienne.

Mais dans les limites des vitesses que nous avons étudiées, c'est-à-dire entre 18 et 40 *m*, la différence est assez faible pour pouvoir être négligée. Aussi c'est le coefficient K, ou plutôt la moyenne des coefficients K, que nous déterminerons pour chaque surface étudiée, et qui nous servira à caractériser cette surface. Nous trouverons d'ailleurs que le coefficient varie peu avec la forme et la dimension des surfaces.

De ce qu'on est amené à considérer la résistance $\frac{R}{S}$ par unité de surface, il ne faudrait pas déduire que la résistance est la même en chaque point de la surface en mouvement. Le phénomène est beaucoup plus complexe, et il est nécessaire de s'en rendre compte pour donner à la valeur de K son interprétation réelle.

Cette valeur, basée sur la pression unitaire, n'est en réalité qu'une moyenne, parce que la pression ne se répartit pas uniformément sur la plaque, où elle est plus élevée au centre que sur les bords. D'après les expériences de Nipher, qui a exploré une plaque de 1,20 *m* sur 0,90 *m* portée par le wagon d'un train, ce rapport est dans la proportion de 70 à 40.

On sait de plus que la pression mesurée est la résultante des pressions agissant à la partie antérieure et à la partie postérieure de la plaque. En effet, il se produit à l'avant de la plaque une compression R_1 et, à l'arrière, une raréfaction ou succion qui produit une pression négative R_2. Cette dernière s'ajoute en réalité à la compression sur l'avant pour produire l'effet total de résistance au mouvement de la plaque, de sorte que l'effet total R est égal à $R_1 + R_2$.

M. Dines a trouvé que pour une plaque carrée de 1 pied de côté et pour une vitesse de 27 *m*, R_2 est environ la moitié de R_1, de sorte que la pression antérieure est approximativement les $\frac{2}{3}$ de la pression totale. Les expériences de Nipher donnent, au lieu de 0,50, la valeur de 0,77 pour rapport de l'effet de succion à l'effet de compression, ce qui correspond à une pression à l'avant égale aux 56 centièmes de la pression totale (1).

(1) Nous avons nous-mêmes commencé, à la Tour, des expériences analogues à celles de Nipher, mais nous n'avons pas trouvé jusqu'ici de résultats concordants, au moins pour

§ 8. — Correction des coefficients en raison de la densité de l'air.

L'analogie avec les phénomènes hydrodynamiques conduit à admettre que l'air offre une résistance proportionnelle à sa densité. Il y a donc lieu, au moins pour la comparaison de nos résultats, de tenir compte de ce fait. Nous avons ramené chaque valeur de $\frac{R}{SV^2}$ à ce qu'elle aurait été si l'essai avait été fait à la température de 15° et à la pression barométrique 760 *mm*.

Soient K le coefficient de résistance dans ces conditions normales, K_0 la valeur de $\frac{R}{SV^2}$ obtenue dans une expérience faite à la température T et à la pression H (1).

K_0 et K sont reliés par la relation :

$$K_0 \frac{273 + T}{H} = K \frac{273 + 15}{760};$$

d'où $$K - K_0 = K_0 \left(\frac{760}{288} \times \frac{273 + T}{H} - 1\right),$$

ou, en mettant en évidence le nombre 0,073 dont s'écartent peu les valeurs trouvées pour K_0,

$$K - K_0 = \frac{K_0}{0,073} \left(0,1926 \frac{273 + T}{H} - 0,073\right).$$

Ainsi pour la correction de température et de pression, il faudra ajouter, à la valeur de K_0, le produit de $\frac{K_0}{0,073}$ (c'est-à-dire un nombre généralement peu différent de l'unité) par le terme :

$$(1) \qquad \alpha = 0,1926 \frac{273 + T}{H} - 0,073.$$

l'arrière de la plaque. Nous avons cependant reconnu qu'à la partie antérieure d'une plaque de 1 m^2, la pression décroît régulièrement du centre au bord, et que près du bord, à 5 *cm* environ de celui-ci, elle est encore la moitié de la pression centrale. A l'arrière de la plaque, les remous nous ont paru très irréguliers et nous n'avons pu jusqu'à présent établir avec quelque certitude le rapport entre la pression et la dépression. Mais nous nous proposons de continuer ces intéressantes recherches.

(1) La pression était celle qu'on mesurait au 2e étage de la Tour, augmentée de 4 *mm*

Mais on peut éviter ce calcul numérique par un procédé graphique.

Portons (fig. 10) les températures en abscisses et les pressions en ordonnées. Pour une valeur donnée de α, les valeurs correspondantes de T et de H sont sur la droite représentée par l'équation linéaire (1). Nous tracerons les droites correspondant aux valeurs $\alpha = 0{,}001$, $\alpha = 0{,}002, \ldots$ et $\alpha = -0{,}001$, $\alpha = -0{,}002 \ldots$

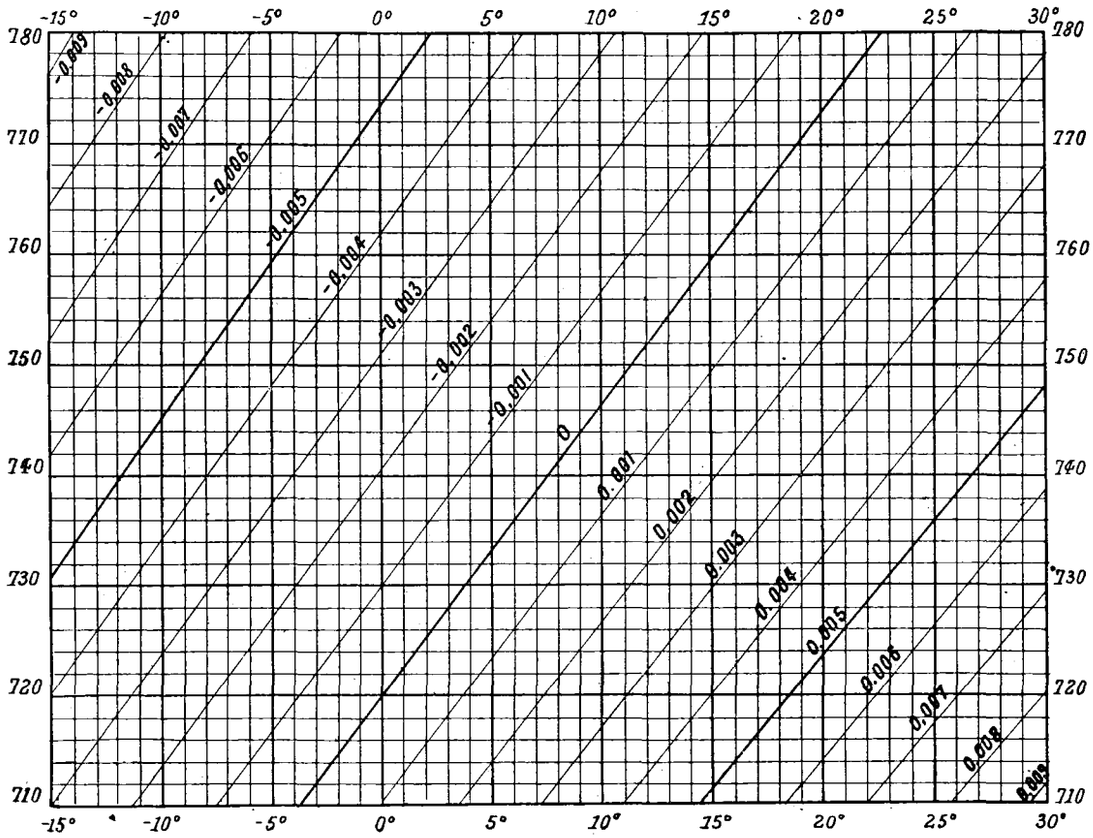


Fig. 10. — *Diagramme de correction des coefficients pour les ramener à notre normale de 15° et 760 mm.*

La correction se détermine d'ordinaire en prenant le point de cette épure ayant pour coordonnées la température et la pression de l'expérience, et en ajoutant au coefficient K_0 trouvé, la valeur α correspondant à ce point. Si K_0 est très différent de 0,073, la correction à introduire est

$$\frac{K_0}{0{,}073}\,\alpha.$$

pour tenir compte de l'accroissement de pression le long du câble. Rigoureusement, il aurait fallu varier la correction suivant la hauteur de chute considérée, mais cela n'aurait pas augmenté la précision d'une manière appréciable.

Comme exemple, appliquons cette correction aux résultats indiqués plus haut de l'expérience n° 1.

La température était 20° et la pression 744.

L'abaque donne $\alpha = 0{,}003$, de sorte que les coefficients de résistance donnés au paragraphe 7 deviennent :

Pour	H =	20	40	60	80	95
	K =	0,066	0,068	0,067	0,065	0,067.

§ 9. — Autres exemples de calcul.

Dans les 26 tableaux qui suivent, nous avons résumé toutes les données qui se rapportent aux différentes surfaces essayées en ne prenant qu'une expérience pour chaque surface. Spécialement, pour les six expériences suivantes, nous donnons en outre la reproduction du diagramme (Pl. VIII à XIII), le développement (Pl. XV, fig. 2 à 4 et Pl. XVI, fig. 1 à 3) et l'épure de correction (Pl. XVII, fig. 2 à 7) :

Expériences N° 4 : Rectangle allongé de $\frac{1}{16}$ de m^2 (1).
— N° 7 : Cercle de $\frac{1}{8}$ de m^2.
— N° 17 : Rectangle allongé de $\frac{1}{8}$ de m^2 (1).
— N° 44 : Treillis.
— N° 64 : Cylindre vertical ayant pour base un cercle de $\frac{1}{8}$ de m^2 et pour hauteur un rayon.
— N° 72 : Coupe hémisphérique concave.

(1) Dans les expériences n°s 4 et 17, on avait mis le crochet inférieur du ressort au contact de son point d'attache : de sorte qu'au début de la chute, le poids propre du ressort cessant d'agir, celui-ci prenait une tension initiale, dont on a tenu compte pou. mesurer les ordonnées du diagramme (voir Pl. XV). Pour les autres expériences on avait ménagé le jeu convenable.

EXPÉRIENCE N° 3.

Carré de $\frac{1}{16}$ de m^2 (côté : 0,25 m).

$p = 4{,}487$ kg. R_3 (1).

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	205,9	0,061	0,51	0,95	1,46	18,85	355	0,066	0,068
40	294,6	0,056	0,74	2,25	2,99	26,46	700	0,069	0,071
60	362,6	0,053	0,86	3,55	4,41	32,18	1.036	0,068	0,070
80	420,7	0,050	0,94	4,80	5,74	37,00	1.369	0,067	0,069
95	459,8	0,048	0,99	5,50	6,49	38,43	1.477	0,070	0,072

EXPÉRIENCE N° 4.

Rectangle allongé de $\frac{1}{16}$ de m^2 (côtés : 0,125 × 0,500 m).

$p = 4{,}497$ kg. R_3.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	203,4	0,031	0,28	1,40	1,68	19,24	370	0,071	0,073
40	289,0	0,040	0,52	2,80	3,32	26,66	711	0,073	0,075
60	355,6	0,047	0,75	4,15	4,90	32,53	1.058	0,073	0,075
80	413,3	0,053	0,98	5,35	6,33	37,54	1.409	0,071	0,073
95	451,3	0,057	1,15	6,15	7,30	40,02	1.602	0,071	0,073

EXPÉRIENCE N° 7.

Cercle de $\frac{1}{8}$ de m^2 (diamètre : 0,399 m).

$p = 4{,}090$ kg. R_3.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	202,9	0,029	0,24	3,35	3,59	19,60	385	0,075	0,074
40	288,4	0,041	0,48	6,00	6,48	27,15	738	0,071	0,070
60	355,2	0,050	0,72	8,60	9,32	32,60	1.063	0,070	0,069
80	412,3	0,058	0,97	11,10	12,07	37,10	1.376	0,071	0,070
95	451,1	0,063	1,16	13,30	14,46	39,92	1.594	0,073	0,072

(1) R_3 est la désignation des ressorts.

EXPÉRIENCE N° 11.

Carré de $\frac{1}{8}$ de m^2 (côté : 0,357 m).

$p = 5{,}392$ kg. R_3.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	203,5	0,037	0,26	2,90	3,16	19,28	372	0,068	0,070
40	289,5	0,046	0,45	5,60	6,05	26,46	700	0,069	0,071
60	357,5	0,053	0,67	8,30	9,02	32,80	1.076	0,067	0,069
80	415,0	0,059	0,83	10,85	11,68	36,30	1.318	0,071	0,073
95	452,8	0,063	0,92	12,70	13,62	39,65	1.572	0,070	0,072

EXPÉRIENCE N° 13.

Rectangle de $\frac{1}{8}$ de m^2 (côtés : 0,250 × 0,500 m).

$p = 4{,}667$ kg. R_3.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	204,0	0,039	0,44	2,90	3,34	19,22	369	0,072	0,074
40	290,0	0,048	0,65	5,60	6,25	26,81	719	0,069	0,071
60	357,5	0,056	0,94	8,20	9,14	32,23	1.039	0,070	0,072
80	415,6	0,062	1,21	11,85	12,06	37,00	1.369	0,070	0,072
95	454,2	0,066	1,40	12,90	14,30	39,92	1.594	0,071	0,073

EXPÉRIENCE N° 17.

Rectangle allongé de $\frac{1}{8}$ de m^2 (côtés : 0,177 × 0,707 m).

$p = 5{,}192$ kg. R_3.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	203,4	0,035	0,37	2,85	3,22	19,23	370	0,069	0,071
40	289,1	0,048	0,72	5,75	6,47	26,69	712	0,070	0,072
60	356,5	0,057	1,06	8,55	9,61	32,41	1.050	0,072	0,074
80	414,4	0,066	1,42	11,00	12,42	36,85	1.358	0,072	0,074
95	453,5	0,072	1,72	12,70	14,42	39,75	1.580	0,072	0,074

EXPÉRIENCE N° 21.

Cercle de $\frac{1}{4}$ de m^2 (diamètre : 0,564 m).

$p = 4{,}022$ kg. R_2.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	204,5	0,048	0,39	6,10	6,49	19,25	371	0,070	0,073
40	292,4	0,050	0,59	11,70	12,29	26,60	708	0,070	0,073
60	360,6	0,051	0,74	17,65	18,19	31,76	1.009	0,072	0,075
80	418,2	0,052	0,83	21,90	23,63	36,25	1.314	0,072	0,075
95	456,7	0,053	0,97	25,20	26,17	38,92	1.515	0,070	0,073

EXPÉRIENCE N° 25.

Carré de $\frac{1}{4}$ de m^2 (côté : 0,500 m).

$p = 4{,}982$ kg. R_2.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	205,4	0,050	0,51	6,30	6,81	19,35	374	0,073	0,074
40	293,0	0,050	0,73	11,70	12,43	26,50	702	0,071	0,072
60	360,4	0,050	0,90	17,10	18,00	32,00	1.024	0,071	0,072
80	419,5	0,050	1,04	22,30	23,34	36,00	1.296	0,072	0,073
95	462,3	0,050	1,15	26,20	27,35	38,22	1.461	0,075	0,076

EXPÉRIENCE N° 28.

Rectangle de $\frac{1}{4}$ de m^2 (côtés : 0,353 × 0,707 m).

$p = 5{,}360$ kg. R_2.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	204,5	0,052	0,57	6,6	7,17	19,12	366	0,076	0,076
40	291,5	0,066	1,03	11,8	12,83	26,10	681	0,074	0,074
60	360,5	0,077	1,49	17,1	18,59	31,30	980	0,075	0,075
80	419,6	0,086	1,94	21,5	23,44	35,20	1.239	0,074	0,074
95	460,5	0,093	2,30	24,8	27,10	38,32	1 468	0,073	0,073

EXPÉRIENCE N° 32.

Cercle de $\frac{1}{2}$ m^2 (diamètre : 0,798 m).

$p = 8{,}805$ kg. R_1.

H	t	λ	$pl\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	208,7	0,092	1,7	12,1	13,8	18,88	356	0,078	0,078
40	299,0	0,098	2,6	22,8	25,4	25,40	645	0,079	0,079
60	370,7	0,102	3,3	32,2	35,5	30,10	906	0,079	0,079
80	433,4	0,106	4,1	38,8	42,9	33,30	1.109	0,077	0,077
95	476,5	0,109	4,6	44,0	48,6	35,29	1.245	0,078	0,078

EXPÉRIENCE N° 39.

Carré de $\frac{1}{2}$ m^2 (côté : 0,707 m).

$p = 8{,}450$ kg. R_1.

H	t	λ	$pl\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	205,6	0,080	1,5	13,4	14,9	18,50	342	0,088	0,087
40	295,0	0,101	2,5	24,0	26,5	25,60	655	0,081	0,080
60	366,3	0,117	3,6	34,1	37,7	30,50	930	0,081	0,080
80	428,6	0,130	4,7	41,9	46,6	34,00	1.156	0,081	0,080
95	471,7	0,141	5,6	47,1	52,7	35,82	1.283	0,082	0,081

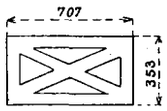
EXPÉRIENCE N° 42.

Carré de 1 m^2

$p = 16{,}584$ kg. R_1.

H	t	λ	$pl\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	207,4	0,103	3,5	22,0	25,5	17,60	310	0,082	0,082
40	300,0	0,125	6,2	40,5	46,7	24,20	586	0,080	0,080
60	373,2	0,140	8,6	57,0	65,6	28,40	807	0,081	0,081
80	439,5	0,158	11,4	65,8	77,2	31,58	997	0,078	0,078
90	470,0	0,164	13,6	71,0	84,6	33,22	1.104	0,077	0,077

EXPÉRIENCE N° 44.



Treillis (S = 0,152 m^2).

$p = 4{,}380$ *kg*. R_2.

H	t	λ	$p\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	206,3	0,067	0,61	4,10	4,71	18,60	346	0,088	0,088
40	295,0	0,071	0,92	8,10	9,02	25,90	671	0,089	0,089
60	364,5	0,074	1,18	12,50	13,68	31,20	973	0,093	0,093
80	424,4	0,076	1,41	14,85	16,26	35,20	1.239	0,086	0,086
95	465,2	0,078	1,60	16,65	18,25	37,62	1.415	0,085	0,085

EXPÉRIENCE N° 47.

Cercle de $\frac{1}{8}$ de m^2 (diamètre : 0,399 *m*) à 0,20 *m* d'un cercle semblable et au même niveau.

$p = 5{,}072$ *kg*. R_3.

H	t	λ	$p\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	209,8	0,088	0,94	1,92	2,86	18,27	334	0,069	0,070
40	301,5	0,068	1,04	4,90	5,94	25,82	667	0,071	0,072
60	372,0	0,054	1,02	7,65	8,67	31,14	970	0,072	0,073
80	431,0	0,042	0,91	10,40	11,31	36,14	1.306	0,069	0,070
95	470,3	0,033	1,12	12,40	13,52	38,45	1.478	0,073	0,074

EXPÉRIENCE N° 52.

Deux cercles de $\frac{1}{8}$ de m^2 superposés et distants d'un rayon.

$p = 6{,}005$ *kg*. R_3.

H	t	λ	$p\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	204,3	0,036	0,44	3,06	3,50	19,24	370	0,076	0,072
40	290,0	0,043	0,74	5,74	6,48	27,11	735	0,071	0,067
60	357,0	0,048	1,03	8,27	9,30	31,95	1.021	0,072	0,069
80	414,0	0,053	1,32	10,70	12,02	37,27	1.389	0,069	0,066
95	453,5	0,056	1,53	12,80	14,33	39,43	1.555	0,073	0,070

EXPÉRIENCE N° 54.

Deux cercles de $\frac{1}{8}$ de m^2 superposés et distants de deux rayons.

$p = 6{,}005\ kg.$ R_3.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	208,1	0,054	0,66	2,32	2,98	19,04	363	0,065	0,061
40	294,9	0,047	0,83	4,63	5,46	26,84	720	0,060	0,056
60	362,1	0,041	0,89	7,15	8,04	32,38	1.048	0,062	0,058
80	419,9	0,036	0,91	9,45	10,36	36,81	1.355	0,061	0,057
95	459,3	0,033	0,91	11,06	11,97	39,89	1.591	0,060	0,056

EXPÉRIENCE N° 57.

Deux cercles de $\frac{1}{8}$ de m^2 superposés et distants de trois rayons.

$p = 6{,}005\ kg.$ R_3.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	205,6	0,043	0,53	2,45	2,98	19,73	389	0,061	0,060
40	291,7	0,043	0,75	4,38	5,13	26,86	721	0,057	0,056
60	358,9	0,044	0,95	6,10	7,05	32,73	1.071	0,053	0,052
80	416,3	0,044	1,10	7,95	9,05	37,24	1.387	0,053	0,052
90	455,2	0,044	1,20	9,45	10,65	40,31	1.625	0,053	0,052

EXPÉRIENCE N° 59.

Rectangles de $\frac{1}{4}$ de m^2 ($0{,}353 \times 0{,}707\ m$) superposés et distants de 0,35 m.

$p = 6{,}865\ kg.$ R_2.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	202,8	0,029	0,41	5,75	6,16	19,70	388	0,063	0,065
40	287,7	0,048	0,95	11,10	12,05	27,25	743	0,065	0,067
60	354,7	0,063	1,58	16,15	17,73	32,80	1.076	0,066	0,068
80	412,8	0,076	2,17	20,40	22,57	36,82	1.356	0,067	0,069
95	439,1	0,083	2,52	22,65	25,17	38,72	1.499	0,067	0,069

EXPÉRIENCE N° 61.

Deux treillis superposés et distants de 0,35 *m* (S = 0,152 m^2).

$p = 5{,}290$ *kg*. R_2.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	205,3	0,059	0,64	4,95	5,59	19,40	376	0,098	0,098
40	292,8	0,070	1,08	9,50	10,58	26,40	697	0,100	0,100
60	362,3	0,080	1,53	13,20	14,73	31,68	1.004	0,097	0,097
80	422,2	0,087	1,95	16,95	18,90	35,60	1.267	0,098	0,098
95	460,0	0,093	2,28	19,30	21,58	38,19	1.458	0,097	0,097

EXPÉRIENCE N° 62.

Rectangle de $\frac{1}{4}$ de m^2 (0,353 × 0,707 *m*) **placé à 0,35** *m* **au-dessus du treillis.**

$p = 5{,}590$ *kg*. R_2.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	202,7	0,033	0,35	7,00	7,35	19,69	388	0,076	0,078
40	288,7	0,049	0,79	12,95	13,74	27,19	739	0,074	0,076
60	356,0	0,062	1,22	18,10	19,32	32,42	1.051	0,073	0,075
80	413,8	0,072	1,66	22,55	24,21	36,60	1.340	0,072	0,074
95	440,9	0,078	1,92	24,75	26,67	38,65	1.494	0,071	0,073

EXPÉRIENCE N° 64.

Cylindre vertical ayant pour base un cercle de $\frac{1}{8}$ de m^2 (D = 0,399 *m*) et pour hauteur un rayon.

$p = 6{,}410$ *kg*. R_3.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	202,2	0,019	0,25	3,20	3,45	19,82	393	0,070	0,073
40	287,2	0,031	0,57	6,15	6,72	27,64	765	0,070	0,073
60	353,0	0,040	0,90	8,25	9,15	32,82	1.077	0,068	0,071
80	409,6	0,047	1,23	10,59	11,82	37,75	1.425	0,067	0,070
95	448,1	0,053	1,52	12,45	13,97	40,42	1.634	0,068	0,071

EXPÉRIENCE N° 66.

Cylindre vertical ayant pour base un cercle de $\frac{1}{8}$ de m^2 (D = 0,399 m) et pour hauteur deux rayons.

$p = 7{,}340$ kg. R_3.

H	t	λ	$p\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	202,5	0,029	0,43	2,90	3,33	19,58	383	0,070	0,069
40	288,6	0,041	0,87	5,40	6,27	27,20	740	0,068	0,067
60	355,3	0,050	1,31	7,80	9,11	33,00	1.089	0,067	0,066
80	412,2	0,058	1,76	10,20	11,96	37,30	1.391	0,069	0,068
95	451,1	0,063	2,10	12,15	14,25	40,02	1.602	0,071	0,070

EXPÉRIENCE N° 68.

Cylindre vertical ayant pour base un cercle de $\frac{1}{8}$ de m^2 et pour hauteur trois rayons.

$p = 8{,}320$ kg. R_3.

H	t	λ	$p\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	203,5	0,028	0,48	2,15	2,63	19,58	383	0,055	0,053
40	288,5	0,037	0,89	4,00	4,89	27,20	740	0,053	0,051
60	354,8	0,044	1,40	5,80	7,20	33,20	1.102	0,052	0,050
80	412,2	0,050	1,72	7,45	9,17	37,60	1.414	0,052	0,050
95	450,5	0,054	2,03	8,70	10,73	40,62	1.650	0,052	0,050

EXPÉRIENCE N° 69.

Cône à 30° ayant pour base un cercle de $\frac{1}{8}$ de m^2 (D = 0,399 m).

$p = 4{,}968$ kg. R_4.

H	t	λ	$p\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	203,5	0,036	0,37	0,29	0,66	19,30	372	0,014	0,014
40	289,7	0,046	0,66	0,70	1,36	26,90	724	0,015	0,015
60	357,1	0,055	0,98	1,02	2,00	32,70	1.069	0,015	0,015
80	414,7	0,062	1,28	1,46	2,74	37,00	1.369	0,016	0,016
95	453,8	0,066	1,49	1,62	3,11	40,02	1.602	0,016	0,016

EXPÉRIENCE N° 70.

Cône à 30° ayant pour base un cercle de $\frac{1}{8}$ de m^2 (D = 0,399 m) et surmonté d'une demi-sphère.

$p = 5{,}048$ kg. R_4.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	204,5	0,044	0,45	0,33	0,78	19,30	372	0,017	0,017
40	291,4	0,049	0,72	0,73	1,45	26,70	713	0,016	0,016
60	359,0	0,054	0,98	1,28	2,26	32,60	1.063	0,017	0,017
80	416,4	0,057	1,20	1,84	3,04	37,10	1.376	0,018	0,018
95	456,0	0,059	1,36	2,24	3,60	39,52	1.562	0,018	0,018

EXPÉRIENCE N° 72.

Coupe hémisphérique concave (diamètre : 0,500 m).

$p = 5{,}240$ kg. R_2.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
20	205,6	0,053	0,6	5,6	6,2	19,20	369	0,085	0,086
40	292,9	0,056	0 9	10,5	11,4	26,76	716	0,082	0,083
60	360,8	0,058	1,1	15,4	16,5	31,70	1.047	0,084	0,085
80	419,6	0,060	1,3	20,0	21,3	37,00	1.369	0,080	0,081
95	459,4	0,061	1,5	23,2	24,7	38,93	1.516	0,083	0,084

§ 10. — Observations sur le fonctionnement de l'appareil.

Quand la résistance de l'air sur la plaque est trop faible par rapport au poids de la partie mobile, il ne se produit pas de soulèvement de la partie mobile par rapport au reste de l'appareil, qui par suite ne peut donner d'indications. Dans ces conditions, en effet, la partie mobile tend à descendre plus vite que le reste de l'appareil, retardé davantage par la résistance de l'air, et il ne peut se produire de tension sur les ressorts. Examinons ce cas particulier.

La relation donnée en note page 19 :

$$R = f + \frac{p}{p'}(f + R'),$$

dans laquelle R et p se rapportent à la partie mobile et R′ et p' au reste de l'appareil, peut s'écrire :

$$f\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p'}\right) = \frac{R}{p} - \frac{R'}{p'}.$$

Si donc le rapport entre la résistance de l'air et le poids est plus faible pour la partie mobile que pour le reste de l'appareil, f sera négatif, c'est-à-dire que la partie mobile ne s'élèvera pas. Si ce fait se produit à un instant quelconque du mouvement, il dure pendant toute la chute. En effet, remplaçons R et R′ par KSV^2, $K'S'V^2$:

$$(1) \qquad f\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p'}\right) = \left(\frac{KS}{p} - \frac{K'S'}{p'}\right)V^2.$$

Le signe de f est donc constant, c'est-à-dire, dans notre hypothèse, négatif.

Ainsi l'appareil ne donne des indications que si, pour la partie mobile, $\frac{KS}{p}$ dépasse la valeur correspondante pour le reste de l'appareil. Nous allons calculer cette limite de KS par la relation précédente, mise sous la forme :

$$\frac{K'S'}{p'} = \frac{KS}{p} - \frac{f}{V^2}\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p'}\right).$$

Considérons l'expérience n° 1 (cercle de 0,282 m de diamètre), dans laquelle la plaque, qui est l'une de nos plus petites, abrite très peu l'appareil, et laisse à $\frac{K'S'}{p'}$ à peu près toute sa valeur. On a $p = 3,368$ kg, $KS = 0,064 \times 0,0625 = 0,0040$ et $p' = 116$ kg. Le rapport $\frac{f}{V^2}$ est sensiblement constant et sa moyenne est 0,00318. On obtient :

$$\frac{K'S'}{p'} = 0,000215.$$

Nous pouvons admettre que, si l'on remplaçait le cercle de $\frac{1}{16}$ de m^2 par une surface plus petite, la résistance de l'air sur le reste de l'appareil serait encore déterminée par cette relation. L'équation (1) montre alors que f deviendrait nul pour :

$$\frac{KS}{p} = \frac{K'S'}{p'} = 0{,}000215, \qquad \text{d'où} \qquad S = 0{,}000215\,\frac{p}{K}.$$

On déduit de là la plus petite surface que l'appareil permette d'essayer. Prenons pour K la valeur 0,065 applicable aux petites surfaces (voir fig. 13, page 59) et pour p le poids de 3 kg (un peu inférieur au minimum réalisé 3,368) ; nous avons :

$$S = 0{,}000215\,\frac{3}{0{,}065} = 0{,}0099\ m^2,$$

qui est la surface d'un cercle de 0,112 m de diamètre. Il y a évidemment intérêt à s'éloigner de cette limite, pour que f soit grand par rapport au terme correctif $p\lambda$, qui est déterminé moins exactement; en d'autres termes, il y a intérêt à opposer à l'air de grandes plaques ayant le plus petit poids possible.

On peut également déduire de ce qui précède la résistance R′ de l'appareil, abstraction faite de la partie mobile. Cette résistance est $K'S'V^2$, ou $\frac{K'S'}{p'}p'V^2$, ou $0{,}000215 \times 116\,V^2$, ou enfin $0{,}0249\,V^2$. Elle est la même que celle d'un cercle de 0,66 m de diamètre, ayant une surface de 0,34 m^2, et pour lequel en effet $KS = 0{,}074 \times 0{,}34 = 0{,}0251$ (1). Elle est donc assez grande. Aussi avons-nous craint que malgré sa forme et malgré sa distance derrière la plaque, les remous qu'il provoque n'apportent une perturbation très sensible à la résistance de la plaque elle-même. Deux expériences ont été faites pour le vérifier; ces expériences, qui ne sont pas inscrites au tableau général des résultats, ont porté sur la plaque

(1) C'est là en réalité une limite supérieure de la résistance de l'appareil, parce que nous avons supposé que celui-ci n'était ralenti que par l'air, négligeant ainsi les frottements des sabots et des galets le long du câble, qui paraissent en effet très faibles devant la résistance de l'air.

Pour la valeur de 0,074 du coefficient d'une plaque de 0,66 m de diamètre, voir figure 13, page 59.

ronde de $\frac{1}{8}$ de m^2 (diamètre 0,399 m) placée à 0,80 m en avant de sa position ordinaire, soit 1,45 m en avant de la naissance du cône (Pl. V, fig. 23) : cette distance était jugée *a priori* suffisante pour écarter toute crainte d'influence des remous. Leurs résultats sont les suivants :

	H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{SV^2}$	K
1re expérience.	20	205,3	0,045	0,49	3,10	3,59	19,32	373	0,077	0,074
	40	291,8	0,048	0,75	6,23	6,98	27,34	747	0,075	0,072
	60	359,2	0,050	0,96	8,98	9,94	32,68	1.068	0,074	0,071
	80	416,3	0,052	1,16	11,70	12,86	36,86	1.359	0,076	0,073
	95	456,1	0,053	1,29	12,92	14,21	40,05	1.605	0,071	0,068
2e expérience.	20	206,1	0,046	0,51	3,20	3,71	19,40	377	0,079	0,076
	40	292,2	0,046	0,72	6,26	6,98	27,12	735	0,076	0,073
	60	359,7	0,046	0,88	8,76	9,64	32,61	1.063	0,073	0,070
	80	417,5	0,046	1,03	11,46	12,49	37,64	1.417	0,071	0,068
	95	456,1	0,046	1,12	13,30	14,42	39,90	1.592	0,073	0,070

La moyenne de ces valeurs de K est 0,0715, tandis que la même plaque à sa position ordinaire a donné 0,0710. La différence de ces deux nombres, comparée aux écarts que nous trouvons habituellement entre les diverses valeurs du coefficient, est assez faible pour que nous puissions conclure que les remous produits par l'appareil n'ont sur la plaque qu'une influence insensible, du moins dans les limites de précision que nous avons pu obtenir.

CHAPITRE III

RÉSULTATS DES ESSAIS

---

§ 1. — Généralités.

Les expériences faites avec l'appareil de chute ont porté sur des surfaces de diverses formes : plans normaux au vent de différentes dimensions, surfaces coniques ou sphériques. La description de ces surfaces est donnée dans les tableaux qui vont suivre et dans les planches V et VI. Les plans inclinés forment l'objet d'une étude séparée.

Les expériences considérées comme bonnes ont été en nombre relativement restreint. Nous n'avons en effet conservé que celles qui réunissaient les qualités suivantes :

1° Chute faite avec l'appareil en excellent état, et en l'absence à peu près complète de vent;

2° Tracé du diapason bien lisible sur toute son étendue;

3° Courbe générale régulière sans grandes oscillations, lesquelles témoigneraient d'un frottement accidentel du tube-support de la plaque dans le tube intérieur, ou des sabots de frein sur le câble;

4° Points du diagramme de correction très sensiblement en ligne droite.

Presque toutes les surfaces ont été l'objet de plusieurs expériences faites à des époques différentes, de manière à rendre plus manifestes les erreurs qu'aurait pu déterminer un mauvais état accidentel de l'appareil.

Le tableau suivant donne les résultats des essais. Il contient les

valeurs, déterminées comme nous l'avons vu précédemment, des résistances, des vitesses et de la résistance spécifique K correspondante. Dans le calcul de cette résistance spécifique, qui est égale à

$$\frac{R}{SV^2} + \frac{\frac{R}{SV^2}}{0{,}073}\,\alpha,$$

S est la projection de la surface sur un plan normal à la direction du mouvement.

§ 2. — Tableau général des résultats.

Tableau général des résultats

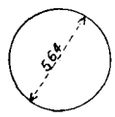
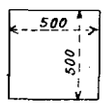
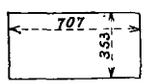
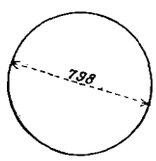
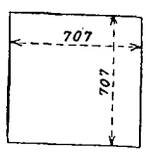
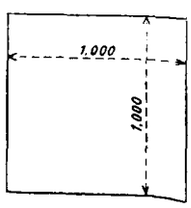
Les figures de ce tableau

SURFACES EXPÉRIMENTÉES	NUMÉROS des expériences	VALEURS DE R POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE : 20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	95 *m*
		kg	*kg*	*kg*	*kg*	*kg*
1° Plans circulaires, carrés et rectangulaires.						
PLANS DE $\frac{1}{16}$ DE MÈTRE CARRÉ (0,0625 m^2).						
Cercle de $\frac{1}{16}$ de m^2	1	1,41	2,86	4,08	5,17	6,12
	2	1,65	3,14	4,54	5,82	6,62
Carré de $\frac{1}{16}$ de m^2	3	1,46	2,99	4,41	5,74	6,49
Rectangle allongé de $\frac{1}{16}$ de m^2.	4	1,68	3,32	4,90	6,33	7,30
	5	1,76	3,13	4,64	5,92	7,03
	6	1,75	3,22	4,82	6,23	7,33
PLANS DE $\frac{1}{8}$ DE MÈTRE CARRÉ (0,125 m^2).						
Cercle de $\frac{1}{8}$ de m²	7	3,59	6,48	9,32	12,07	14,46
	8	3,16	6,13	9,04	12,00	14,09
	9	3,65	6,86	9,50	12,12	14,33
	10	3,37	6,30	8,87	11,44	13,34
Carré de $\frac{1}{8}$ de m^2.	11	3,16	6,05	9,02	11,68	13,62
	12	3,41	6,19	9,89	11,72	13,82
Rectangle de $\frac{1}{8}$ de m^2	13	3,34	6,25	9,14	12,06	14,30
	14	3,33	6,32	9,11	11,87	13,89
	15	3,29	6,21	9,26	12,21	14,20
	16	3,52	6,43	9,10	11,50	13,31
Rectangle allongé de $\frac{1}{8}$ de m^2.	17	3,22	6,47	9,61	12,42	14,42
	18	3,55	6,72	9,63	12,66	14,49
	19	3,70	6,71	9,68	12,70	14,91
	20	3,56	6,58	9,26	12,09	14,00

(*non compris les plans inclinés*).

sont tracées à l'échelle de $\frac{1}{40}$.

VALEURS DES VITESSES POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE :					VALEURS DU COEFFICIENT K POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE :					MOYENNES de K
20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	95 *m*	20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	95 *m*	
m	*m*	*m*	*m*	*m*						
19,04	26,44	32,06	36,51	39,22	0,066	0,068	0,067	0,065	0,067	0,0680
19,12	26,64	32,31	36,91	40,09	0,072	0,071	0,070	0,068	0,066	
18,85	26,46	32,18	37,00	38,43	0,068	0,071	0,070	0,069	0,072	0,0700
19,24	26,66	32,53	37,54	40,02	0,073	0,075	0,075	0,073	0,073	0,0727
19,28	26,96	32,57	37,42	40,89	0,076	0,070	0,071	0,069	0,068	
19,50	27,00	32,44	37,42	40,09	0,074	0,074	0,074	0,072	0,073	
19,60	27,15	32,60	37,10	39,92	0,074	0,070	0,069	0,070	0,072	0,0710
19,28	26,70	32,30	37,00	39,52	0,069	0,070	0,071	0,071	0,074	
19,60	26,90	32,50	37,10	39,82	0,075	0,075	0,071	0,070	0,071	
19,65	27,90	33,23	38,10	41,05	0,071	0,068	0,073	0,069	0,066	
19,28	26,46	32,80	36,30	39,65	0,070	0,071	0,069	0,073	0,072	0,0716
19,20	26,62	32,12	36,70	40,22	0,076	0,072	0,071	0,072	0,070	
19,22	26,81	32,23	37,00	39,92	0,074	0,071	0,072	0,072	0,073	0,0732
18,32	26,02	31,56	36,20	38,62	0,080	0,076	0,075	0,074	0,076	
19,34	26,80	32,60	36,88	40,32	0,072	0,070	0,071	0,073	0,071	
19,20	26,81	32,22	36,84	40,02	0,077	0,078	0,072	0,069	0,068	
19,23	26,69	32,41	36,85	39,75	0,071	0,072	0,074	0,074	0,074	0,0744
19,30	26,60	31,90	36,80	39,92	0,077	0,077	0,076	0,075	0,074	
19,20	26,50	32,12	36,62	39,92	0,080	0,076	0,075	0,076	0,075	
19,80	26,90	32,20	36,84	39,92	0,073	0,073	0,072	0,072	0,072	

SURFACES EXPÉRIMENTÉES	NUMÉROS des expériences	VALEURS DE R POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE : 20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	95 *m*
		kg	*kg*	*kg*	*kg*	*kg*
PLANS DE $\frac{1}{4}$ DE MÈTRE CARRÉ.						
Cercle de $\frac{1}{4}$ de m² . . . . . 	21	6,49	12,29	18,19	23,63	26,17
	22	6,77	12,68	18,38	23,89	28,23
	23	6,92	12,52	17,79	22,98	26,94
	24	6,97	13,06	18,90	24,06	27,46
Carré de $\frac{1}{4}$ de *m*². . . . . 	25	6,81	12,43	18,00	23,34	27,35
	26	6,75	12,56	18,07	23,74	28,17
	27	6,67	12,38	17,89	23,26	27,38
Rectangle de $\frac{1}{4}$ de *m*² . . . . . 	28	7,17	12,83	18,59	23,44	27,10
	29	6,56	12,74	18,43	23,58	27,86
	30	7,26	13,07	18,37	23,83	27,90
	31	7,69	12,79	18,17	23,26	26,24
PLANS DE $\frac{1}{2}$ MÈTRE CARRÉ.						
Cercle de $\frac{1}{2}$ de m . . . . . 	32	13,8	25,4	35,5	42,9	48,6
	33	11,4	22,9	34,8	45,8	51,4
	34	12,9	24,4	35,7	46,0	53,5
	35	15,1	25,2	33,9	44,7	49,5
	36	13,6	24,6	33,7	42,2	47,1
	37	14,3	25,7	36,2	46,0	54,1
	38	14,6	25,3	35,0	43,4	48,0
Carré de $\frac{1}{2}$ de *m* . . . . . 	39	14,9	26,5	37,7	46,6	52,7
	40	13,2	24,2	35,1	44,9	51,7
	41	14,9	25,1	34,7	44,2	48,8
PLANS DE 1 MÈTRE CARRÉ.						
Carré de 1 *m*² . . . . . 	42	25,5	46,7	65,6	77,2	84,6
	43	25,2	41,5	54,5	67,2	75,3

VALEURS DES VITESSES POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE :					VALEURS DU COEFFICIENT K POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE :					MOYENNES de K
20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	95 *m*	20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	95 *m*	
m	*m*	*m*	*m*	*m*						
19,25	26,60	31,76	36,25	38,92	0,073	0,073	0,075	0,075	0,073	0,0738
19,30	26,50	31,61	35,84	»	0,074	0,074	0,075	0,075	»	
19,30	26,46	31,44	35,44	37,95	0,076	0,074	0,074	0,075	0,077	
19,80	26,88	32,19	37,20	39,22	0,075	0,076	0,069	0,074	0,076	
19,35	26,50	32,00	36,00	38,22	0,074	0,072	0,072	0,073	0,076	0,0746
18,80	26,00	31,50	35,93	38,22	0,078	0,075	0,074	0,075	0,078	
18,72	26,22	31,88	36,00	38,20	0,077	0,074	0,072	0,073	0,076	
19,12	26,10	31,30	35,20	38,31	0,076	0,074	0,075	0,074	0,073	0,0750
18,66	25,70	31,24	35,80	38,82	0,076	0,077	0,076	0,074	0,074	
19,20	26,34	31,80	35,70	38,55	0,074	0,075	0,073	0,075	0,075	
19,00	26,00	31,01	35,08	37,75	0,082	0,075	0,075	0,075	0,073	
18,88	25,40	30,10	33,30	35,29	0,078	0,079	0,079	0,077	0,078	0,0767
18,35	25,30	30,50	35,20	37,89	0,068	0,072	0,075	0,074	0,072	
19,00	26,20	31,20	35,68	38,42	0,073	0,073	0,075	0,073	0,074	
18,90	25,60	30,16	33,64	34,75	0,085	0,077	0,075	0,079	0,082	
18,80	25,60	30,60	33,90	34,82	0,077	0,075	0,072	0,074	0,078	
18,90	25,90	30,60	33,60	36,09	0,080	0,077	0,078	0,082	0,083	
18,20	25,40	30,30	33,50	35,82	0,087	0,078	0,075	0,077	0,074	
18,50	25,60	30,50	34,00	35,82	0,087	0,080	0,080	0,080	0,081	0,0772
19,00	24,20	31,40	35,60	37,92	0,075	0,074	0,073	0,073	0,074	
18,50	25,07	30,70	34,20	35,84	0,087	0,076	0,073	0,075	0,075	
17,60	24,20	28,40	31,58	33,22	0,082	0,080	0,081	0,078	0,077	0,0789
18,73	25,44	»	»	»	0,076	0,078	»	»	»	

SURFACES EXPÉRIMENTÉES	NUMÉROS des expériences	VALEURS DE R POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE : 20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	95 *m*
		kg	*kg*	*kg*	*kg*	*kg*
2° Treillis.						
Treillis (surface des pleins : 0,152 m^2).	44	4,71	9,02	13,68	16,26	18,25
	45	5,02	9,80	13,70	16,91	18,52
	46	5,29	9,74	14,04	17,92	19,61
3° Plans voisins latéralement.						
Cercles de $\frac{1}{8}$ de m^2 au même niveau.	47	2,86	5,94	8,67	11,31	13,52
	48	3,14	5,94	8,82	11,56	13,62
Cercle de $\frac{1}{8}$ de m^2 abrité légèrement par un cercle de $\frac{1}{16}$ de m^2.	49	3,07	6,19	9,16	12,23	13,88
	50	3,24	6,07	8,61	11,08	12,95
	51	3,24	5,94	8,62	11,31	13,24
4° Plans superposés.						
2 cercles de $\frac{1}{8}$ de m^2 séparés par un rayon.	52	3,50	6,48	9,30	12,02	14,33
	53	3,68	6,48	9,10	11,87	13,82
2 cercles de $\frac{1}{8}$ de m^2 séparés par un diamètre.	54	2,98	5,46	8,04	10,36	11,97
	55	3,31	6,01	8,55	11,25	12,76
	56	2,52	5,31	7,56	9,83	11,43
2 cercles de $\frac{1}{8}$ de m^2 séparés par 3 rayons.	57	2,98	5,13	7,05	9,05	10,65
	58	2,50	4,22	6,07	8,11	9,37
2 rectangles de $\frac{1}{4}$ de m^2 séparés par 0,35 *m*.	59	6,15	12,05	17,73	22,57	25,17
	60	5,95	11,43	16,78	22,02	24,86

VALEURS DES VITESSES POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE :					VALEURS DU COEFFICIENT K POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE :					MOYENNES de K
20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	85 *m*	20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	95 *m*	
m	*m*	*m*	*m*	*m*						
18,60	25,90	31,20	35,20	37,62	0,088	0,089	0,093	0.086	0,085	0,0878
19,54	27,40	32,42	36,88	38,58	0,090	0,089	0,089	0,085	0,085	
19,69	27.45	33,08	37,25	39,32	0,092	0,087	0,087	0,087	0,086	
18,27	25,82	31,14	36,14	38,45	0,070	0,072	0,073	0,070	0,074	0,0724
18,27	25,82	31,14	36,14	38,45	0,074	0,072	0,074	0,071	0,074	
19,51	26,70	32,40	36,88	39,65	0,065	0,070	0,070	0,072	0,071	0,0703
18,80	26,02	31,36	35,72	38,45	0,075	0,073	0,071	0,071	0,071	
19,14	26.30	32,00	37,12	39,92	0,072	0,070	0,068	0,067	0,068	
19,24	27,11	31,95	37,27	39,43	0,072	0,067	0,069	0,066	0,070	0,0683
19,06	26,44	32,22	37,89	40,74	0,076	0,072	0,066	0,062	0,063	
19,04	26,84	32,38	36,81	39,89	0,061	0,056	0,058	0,057	0,056	0,0593
19,40	26,83	32,41	36,94	39,72	0,066	0,062	0,061	0,061	0,060	
18,90	26,30	32,10	36,10	39,52	0,056	0,060	0,058	0,060	0,058	
19,73	26,86	32,73	37,24	40,31	0,060	0,056	0,052	0,052	0,052	0,0527
18,70	26,36	31,80	35,60	38,95	0,057	0,049	0,048	0,051	0,050	
19.70	27,25	32,80	36,82	38,72	0,065	0,067	0,068	0,069	0,069	0,0676
19.72	27,18	32,61	36,80	39,08	0,064	0,065	0,066	0,068	0,068	

SURFACES EXPÉRIMENTÉES	NUMÉROS des expériences	VALEURS DE R POUR LES HAUTEURS DE CHUTES DE : 20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	95 *m*
		kg	*kg*	*kg*	*kg*	*kg*
2 treillis séparés par 0,35 *m* (surface des pleins de chaque treillis : 0,152 m^2).	61	5,59	10,58	14,73	18,90	21,58
Rectangle de $\frac{1}{4}$ de m^2 à 0,35 *m* au-dessus d'un treillis (surface des pleins du treillis : 0,152 m^2).	62	7,35	13,74	19,32	24,21	26,67
	63	6,55	12,36	17,74	23,00	25,61
5° Cylindres verticaux.						
Cylindre vertical ayant pour base un cercle de $\frac{1}{8}$ de m^2 et pour hauteur un rayon.	64	3,45	6,72	9,15	11,82	13,97
	65	3,40	6,43	9,39	12,21	14,23
Cylindre vertical ayant pour base un cercle de $\frac{1}{8}$ de m^2 et pour hauteur 2 rayons.	66	3,33	6,27	9,11	11,96	14,25
	67	3,35	6,13	8,95	11,67	12,76
Cylindre vertical ayant pour base un cercle de $\frac{1}{8}$ de m^2 et pour hauteur 3 rayons.	68	2,63	4,89	7,20	9,17	10,73
6° Surfaces coniques et sphériques.						
		CÔNE A 60°.				
Cône à 60° ayant pour base un cercle de $\frac{1}{8}$ de m².	69	0,66	1,36	2,00	2,74	3,11
		CÔNE A 60° SURMONTÉ D'UNE DEMI-SPHÈRE.				
Cône à 60° ayant pour base un cercle de $\frac{1}{8}$ de m^2 et surmonté d'une demi-sphère.	70	0,78	1,45	2,36	3,04	3,60
	71	0,70	1,55	2,34	3,17	3,95
		DEMI-SPHÈRE CONCAVE.				
Demi-sphère concave ayant pour base un cercle de $\frac{1}{16}$ de m^2 (0,0625 m^2).	72	6,2	11,4	16,5	21,3	24,7
	73	6,0	11,4	16,8	21,5	24,4
Demi-sphère concave ayant pour base un cercle de 0,1964 m².	74	1,54	3,05	4,50	5,94	6,87

VALEURS DES VITESSES POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE :					VALEURS DU COEFFICIENT K POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE :					MOYENNES de K
20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	95 *m*	20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	95 *m*	
m	*m*	*m*	*m*	*m*						
19,40	26,40	31,68	35,60	38,19	0,098	0,100	0,097	0,098	0,097	0,0980
19,69	27,19	32,42	36,60	38,65	0,078	0,076	0,075	0,074	0,073	0,0768
19,68	27,20	32,19	36,45	37,93	0,071	0,070	0,071	0,072	0,074	
19,82	27,64	32,82	37,75	40,42	0,073	0,073	0,071	0,070	0,071	0,0713
19,75	27,42	33,30	37,90	40,28	0,072	0,071	0,070	0,070	0,072	
19,58	27,20	33,03	37,30	40,02	0,069	0,067	0,066	0,068	0,070	0,0687
19,56	27,70	32,96	37,02	38,53	0,072	0,066	0,068	0,070	0,071	
19,58	27,20	33,20	37,60	40,62	0,053	0,051	0,050	0,050	0,050	0,0508
19,30	26 90	32,70	37,00	40,02	0,014	0,015	0,015	0,016	0,016	0,0152
19,30	26,70	32,60	37,10	39,52	0,017	0,016	0,017	0,018	0,018	0,0174
19,40	26,80	32,60	37,12	40,06	0,015	0,017	0,017	0,019	0,020	
19,20	26,76	31,70	37,00	38 ,93	0,086	0,083	0,085	0,081	0,084	0,0836
19,30	26,00	32,12	36,40	39,21	0,083	0,084	0,084	0,084	0,082	
18,50	26,12	31,50	35,80	38,82	0,071	0,070	0,072	0,074	0,072	0,0718

§ 3. — Variation de la résistance avec la vitesse.

L'examen du tableau général montre que le coefficient K de chaque surface reste à peu près indépendant de la vitesse. On peut donc dire que dans les limites des vitesses étudiées, c'est-à-dire entre 18 *m* et 40 *m*, la résistance est sensiblement proportionnelle au carré de la vitesse.

Cependant, en examinant de plus près, on reconnaît une tendance de ces coefficients à augmenter aux faibles vitesses. Pour s'assurer qu'il en est bien ainsi et pour diminuer les erreurs accidentelles, on peut, au lieu de considérer les coefficients de chaque surface, grouper suivant les vitesses l'ensemble des coefficients. Nous emploierons toutes les valeurs de K, données dans le tableau précédent, des plaques circulaires, carrées et rectangulaires, normales au vent; nous exclurons toutefois l'expérience 22, dont la vitesse à 95 *m* n'a pu être déterminée, et la surface de 1 m^2 dont les vitesses étaient trop ralenties. Pour tous les autres essais, les vitesses correspondant à chaque hauteur de chute sont peu différentes.

Nous avons ainsi 200 coefficients, soit 40 pour chaque vitesse. Leurs sommes et leurs moyennes sont les suivantes :

H	V moyen	COEFFICIENTS K	
		Total	Moyenne
20	18,89	3.026	0,0756
40	26,36	2.954	0,0738
60	31,73	2.928	0,0732
80	36,01	2.933	0,0733
95	38,60	2.949	0,0737
	Moyenne générale.		0,0739

La variation de ces coefficients, représentée en fonction du carré de la vitesse par la figure 11, où les ordonnées sont prises à partir de leur moyenne 0,074, suit une marche régulière; la même allure se

retrouve si, au lieu de considérer tous les coefficients, on les partage en groupes se rapportant à un nombre suffisant d'expériences.

Cette courbe passe par un minimum pour la vitesse de 33 *m* environ. C'est à cette vitesse que la formule de Newton serait exacte puisqu'on trouve que dans son voisinage K est constant. D'après l'allure de la courbe, pour les vitesses inférieures à 19 *m*, le coefficient K paraît augmenter assez rapidement.

Pour les vitesses autres que 33 *m*, il conviendrait d'adopter, comme

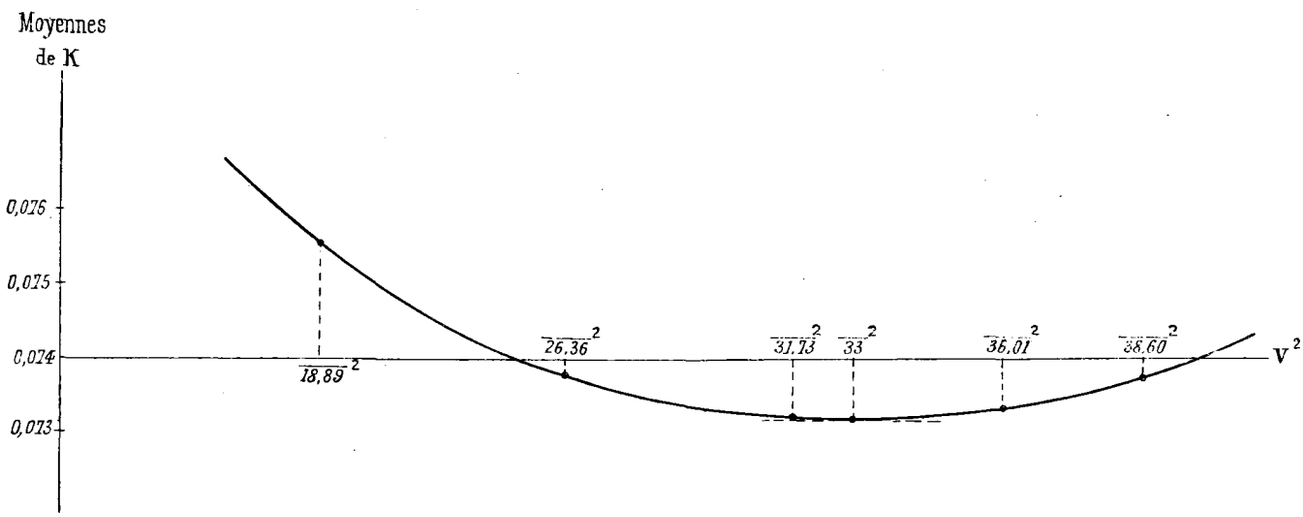


Fig. 11. — *Variation avec la vitesse du coefficient moyen des plaques.*

exposant de la vitesse, un nombre *n* plus ou moins différent de 2. En le calculant au moyen des valeurs portées au tableau précédent, on obtient :

Pour les vitesses comprises entre	18,89 et 26,36 *m*. . . .	$n = 1,93$
—	—	26,36 et 31,73 *m*. . . .	$n = 1,95$
—	—	31,73 et 36,01 *m*. . . .	$n = 2,01$
—	—	36,01 et 38,60 *m*. . . .	$n = 2,08$

La figure 12, où sont tracées les valeurs de la résistance par unité de surface, est équivalente à la figure 11 ; elle montre bien qu'on s'écarte très peu de la loi du carré entre 15 et 40 *m*.

Pour faire que l'une ou l'autre de ces figures se rapporte, non à l'ensemble des plaques, mais à une plaque particulière qui aurait donné un coefficient moyen K_1, il faudrait multiplier les ordonnées par $\frac{K_1}{0,074}$.

Note sur la résistance aux autres vitesses. — L'augmentation du coefficient de résistance pour les faibles vitesses est confirmée par les travaux antérieurs : nous citerons les plus récents.

Lœsll donne K = 0,103 pour une plaque de 1 m^2 et une vitesse de 1 m ; à nos vitesses nous avons trouvé 0,079. (*Die Luftwiderstandsgesetze, der Fall durch die Luft und der Vogelflug.* Wien, 1896.)

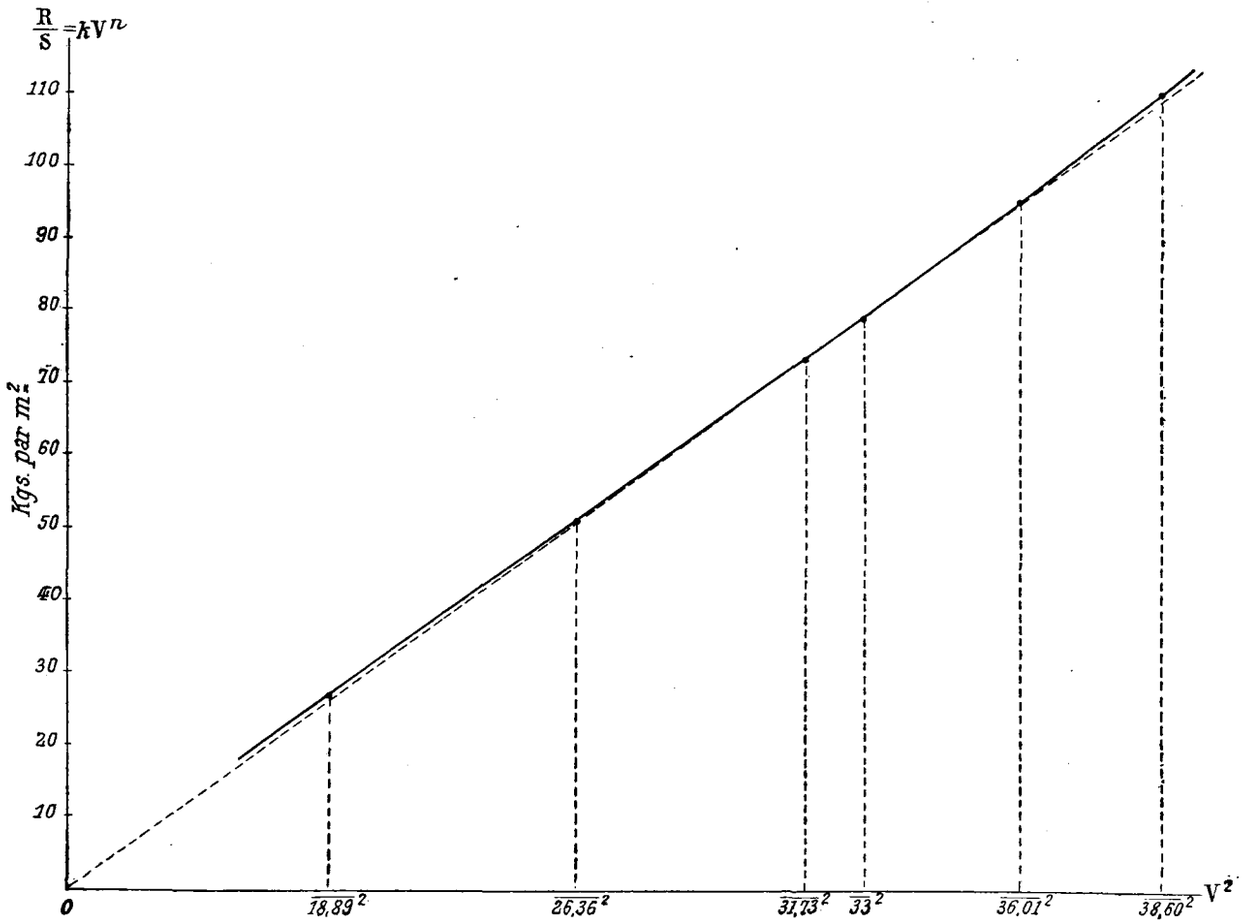


Fig. 12. — *Variation avec la vitesse de la résistance des plaques.*

D'expériences faites à des vitesses variant entre 0,50 m et 1,70 m, Hagen a déduit la formule

$$K = 0{,}0707 + 0{,}01125\, p,$$

où p est le périmètre de la surface. Cette formule appliquée à un cercle de $\frac{1}{16}$ de m^2 donne K = 0,081, tandis que nous avons trouvé 0,068. (*Messung der Widerstandes des Planscheiben*, etc., *Berlin. akad. Abhandlungen*, 1874.)

Langley a obtenu K = 0,10 à la vitesse de 4,50 m, et K = 0,07 à la vitesse de 10,50 m. (*Expériences d'aérodynamique, Revue de l'Aéronautique*, 1891.)

On peut donc admettre qu'aux faibles vitesses le coefficient K a des valeurs supérieures à celles que nous avons déterminées.

Les travaux de balistique donnent des indications pour les grandes vitesses. En ce qui concerne les projectiles cylindriques, qui se rapprochent plus de nos plaques que les projectiles ogivaux, on admet jusqu'à 100 *m* une valeur à peu près constante pour la fonction *f* (V), qu'on considère habituellement en balistique et qui n'est autre que notre coefficient K, à un facteur constant près. Au delà de 100 *m*, *f* (V) croît beaucoup plus rapidement. Au sujet de la valeur elle-même du coefficient, nous verrons, à propos des cylindres que nous avons expérimentés, qu'autant qu'on en peut juger nos résultats sont d'accord avec ceux de la balistique.

§ 4. — Variation de la résistance avec la surface.

1° Plans circulaires, carrés et rectangulaires.

Pour comparer ces divers résultats, nous en ferons la représentation graphique (fig. 13) en opérant sur la moyenne des expériences

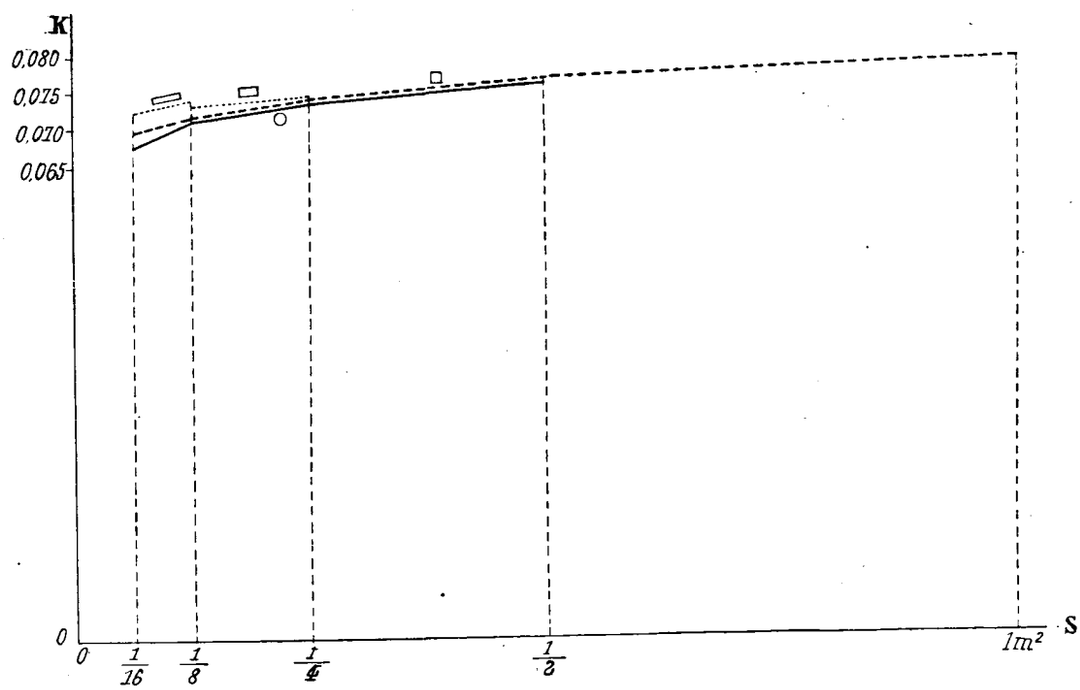


Fig. 13. — *Coefficients de résistance des plaques circulaires, carrées et rectangulaires.*

relatives à chaque genre de surface. Nous porterons en abscisses les valeurs $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1 m^2, et en ordonnées les valeurs de K déduites de la dernière colonne du tableau précédent. Le trait plein se rapporte aux

surfaces rondes, le trait interrompu aux surfaces carrées, et le trait pointillé aux surfaces rectangulaires.

On peut tirer de ce graphique les conclusions suivantes :

1° Le coefficient K croît avec la surface, mais l'allure des tracés montre que cet accroissement se fait sentir de moins en moins quand la surface augmente; autrement dit, K paraît tendre vers un maximum aux environs de 0,080;

2° Le coefficient K croît avec le périmètre, bien que cet accroissement soit très faible quand on passe du cercle au carré. Pour les rectangles, la différence est un peu plus accusée.

2° Treillis.

Le treillis est formé de la plaque rectangulaire de 0,25 m^2 évidée et réduite à 0,152 m^2. Son coefficient est de 0,0878 au lieu de 0,075, valeur applicable au rectangle plein. L'augmentation, qui est de 17 p. 100, provient de ce que l'air éprouve une certaine difficulté à traverser les ouvertures réduites du treillis et de ce que le périmètre se trouve beaucoup augmenté.

Quant aux pressions totales comparées, elles sont de $0,25 \times 0,075\ V^2 = 0,1875\ V^2$ sur le rectangle plein, et de $0,152 \times 0,0878\ V^2 = 0,1340\ V^2$ sur le rectangle évidé; leur différence est de $0,0435\ V^2$. C'est-à-dire que pour la plaque considérée, une diminution de 0,10 m^2, soit 40 p. 100 dans la surface, entraîne seulement une diminution de 30 p. 100 dans la résistance.

3° Plans voisins latéralement.

Dans les expériences 47 et 48, deux cercles de $\frac{1}{8}$ de mètre carré étaient espacés d'un rayon, soit de 0,20 m. La résistance spécifique est augmentée, mais très légèrement : on trouve 0,072 au lieu de 0,071. On peut donc dire que dans ces conditions l'influence mutuelle est très faible.

Si, sans changer la distance des centres, on remplace l'un de ces cercles par un cercle de $\frac{1}{16}$ de m^2, qui pendant la chute reste très légèrement

en avant de l'autre, la résistance sur le cercle de $\frac{1}{8}$ est un peu diminuée ; le coefficient est de 0,070 au lieu de 0,071.

Il ne semble donc pas que deux plaques voisines dans de telles conditions s'influencent d'une façon notable.

4° Plans superposés.

En superposant deux cercles de $\frac{1}{8}$ de m^2 (diamètre 0,40 m) à des intervalles de un, deux et trois rayons, on trouve les résultats suivants :

Pour l'espacement	d'un rayon, soit 0,20 m . . .	K = 0,068
—	de deux rayons, soit 0,40 m.	K = 0,059
—	de trois rayons, soit 0,60 m.	K = 0,053

Comme une plaque isolée donne 0,0710, on arrive donc à ce résultat, que deux plaques superposées présentent une résistance totale moindre qu'une plaque isolée, et que dans les limites où nous avons expérimenté, c'est-à-dire jusqu'à trois rayons, cette diminution augmente avec l'écartement. Ce résultat, quoique donné par une série de bons diagrammes, est d'apparence paradoxale. Aussi, comme le dispositif nécessité par la superposition des deux plaques peut entraîner quelques critiques en raison de la longueur des tiges employées et des frottements anormaux qui peuvent en résulter, nous nous proposons de refaire des expériences à ce sujet, en employant un appareil différent de l'appareil de chute et fondé sur un autre principe.

Nous avons craint d'abord que ces résultats imprévus ne fussent dus à l'influence perturbatrice des remous produits par le corps de l'appareil ; mais, comme l'avons vu page 44, cette influence a été trouvée insensible dans les limites de précision de nos essais.

Si, au lieu de plaques rondes, on prend deux rectangles superposés de 707 × 353 *mm* séparés par un intervalle de 350 *mm*, c'est-à-dire par la largeur du petit côté, on trouve pour K une moyenne de 0,068 au lieu de 0,075, valeur correspondant à un rectangle isolé. Donc, dans ce cas, comme dans le précédent, la résistance de l'ensemble est inférieure à celle d'une plaque isolée.

Il n'en est pas de même, si l'on superpose deux treillis semblables à celui dont nous avons parlé. Au lieu d'une diminution de la résistance totale, on trouve une augmentation, provenant de ce que l'air pouvant passer par les ouvertures du treillis subit un trouble très différent de celui que produit une plaque pleine de même contour extérieur. On trouve 0,098 pour valeur de K, au lieu de 0,088, qui correspond à un treillis isolé. L'augmentation, qui est de 10 p. 100, peut être regardée comme représentant la résistance sur la seconde plaque.

Si à la plaque de treillis supérieure on substitue une plaque pleine de mêmes dimensions extérieures, ayant par suite une surface de 0,25 m^2, on trouve 0,077 pour la valeur de K; l'effort total est donc :

$$0{,}077 \times 0{,}25\ V^2 = 0{,}019\ V^2.$$

L'effort sur le treillis isolé est de :

$$0{,}088 \times 0{,}152\ V^2 = 0{,}013\ V^2.$$

La différence, soit 0,006 V^2, est l'effort qui agit sur la plaque pleine après que l'air a traversé le treillis, en admettant que celui-ci résiste comme s'il était isolé. Si cette plaque pleine était seule, elle supporterait un effort de $0{,}075 \times 0{,}25\ V^2 = 0{,}019\ V^2$. La réduction de résistance est le rapport de 0,006 à 0,019; la résistance est donc réduite au tiers environ, tandis que, dans le cas de deux treillis superposés, elle l'était au dixième (1).

(1) Nous ferons remarquer à ce sujet que la règle généralement adoptée dans la construction des ouvrages métalliques est la suivante : on admet que toute la surface nette de la première paroi est frappée par le vent et que les surfaces nettes des autres parois le sont aussi, mais par un vent dont l'intensité est diminuée dans le rapport des vides aux pleins de la paroi précédente. Ainsi pour une pression de vent de 100 *kg* par m^2, la première poutre portera un effort de 100 S, S étant la surface exposée au vent; la seconde, si l'on admet que le rapport du vide à la surface totale est de 0,40, subira un effort de 0,40 × 100 S. Cette règle est évidemment loin d'avoir un caractère absolu.

Dans le cas de nos deux treillis qui réalisent le rapport de 0,40, la pression sur le second treillis est réduite, non pas aux 40 centièmes comme l'indiquerait cette règle, mais à un dixième.

Quand le treillis arrière est remplacé par une plaque pleine, la réduction n'est encore pas de 40 p. 100, mais seulement de 31 p. 100.

La règle pratique donnant sur la seconde surface des efforts supérieurs aux efforts réels paraît donc présenter toute sécurité.

Il est d'ailleurs bien évident que les rapports que nous venons d'indiquer ne sont relatifs qu'aux exemples étudiés et qu'ils pourraient être changés par des dimensions diffé-

5° Cylindres verticaux.

Les cylindres essayés ont pour base un cercle de $\frac{1}{8}$ de m^2 (diamètre 0,399 m) et pour hauteurs, un, deux et trois rayons. Les valeurs de K sont les suivantes :

Hauteur d'un rayon, soit 0,20 m	K = 0,071
— de deux rayons, soit 0,40 m	K = 0,069
— de trois rayons, soit 0,60 m	K = 0,051

Pour un cylindre court, le coefficient est sensiblement le même que pour une plaque. Mais il diminue rapidement quand la hauteur augmente : il est réduit au $\frac{7}{10}$ de sa valeur primitive pour une hauteur de trois rayons (1).

rentes. En particulier, le premier treillis, si la proportion des vides est suffisamment grande, n'exerce aucune protection sur le second.

(1) Les faibles valeurs que nous avons obtenues pour les coefficients du cylindre allongé, et qui nous avaient surpris d'abord, s'accordent avec les résultats du tir des projectiles cylindriques.

Les traités de balistique mettent d'ordinaire la formule de la résistance de l'air sous la forme suivante, adoptée par la Commission d'essais de Gâvres :

$$R = \frac{\Delta}{g} a^2 f(V) V^2,$$

où Δ représente le poids du mètre cube d'air, g l'accélération de la pesanteur et a le diamètre du projectile.

En identifiant cette formule avec notre notation, on a :

$$K \frac{\pi a^2}{4} = \frac{\Delta}{g} a^2 f(V),$$

d'où l'on tire, en prenant pour Δ sa valeur 1,22 kg à 15° et 760 mm :

$$K = 0{,}158 f(V).$$

Or, pour les projectiles cylindriques dont la longueur est égale à environ deux fois et demie le diamètre, on déduit, des résultats publiés par la Commission de Gâvres (voir *Mémorial de l'artillerie de Marine*, 1899, p. 527), qu'aux vitesses que nous avons réalisées f (V) est compris entre 0,212 et 0,214, c'est-à-dire que

$$K = 0{,}034,$$

valeur qui, en raison de l'allongement du cylindre (cinq rayons), s'accorde avec nos résultats.

6° Surfaces coniques et sphériques.

Le cône expérimenté était ouvert à sa partie supérieure et sa base avait un diamètre de 0,399 *m*; l'angle au sommet était de 60°, de sorte que la hauteur égalait le diamètre de base. La valeur trouvée pour K est de 0,015 : elle n'est que le cinquième environ du coefficient 0,071 de la plaque circulaire de même diamètre (1).

En fermant ce cône par une demi-sphère, le coefficient trouvé 0,017 est peu différent du premier.

Nous avons enfin essayé deux demi-sphères concaves, l'une de 0,282 *m* de diamètre, c'est-à-dire ayant pour projection un cercle de $\frac{1}{16}$ de m^2, l'autre de 0,500 *m* de diamètre. Nous avons eu K = 0,072 pour la première et K = 0,084 pour la seconde. Les valeurs respectives se rapportant aux cercles des bases sont de 0,068 et 0,074 : l'augmentation de résistance est donc de 6 p. 100 pour la petite sphère et de 13 p. 100 pour la grande.

Nous avons fait quelques essais avec des coupes convexes et des sphères, mais leurs résultats, en raison de l'importance relative que prenait le terme correctif (voir p. 19), nous paraissent trop douteux pour que nous les donnions.

§ 5. — Plans inclinés.

Les plans que nous avons étudiés jusqu'à présent étaient normaux à la direction du mouvement. Nous allons maintenant nous occuper des plans inclinés sur cette direction.

Mais, pour ce cas, il est manifeste que notre appareil ne permet

(1) On peut chercher, comme nous l'avons fait pour les cylindres et les projectiles cylindriques, une analogie entre le cône et un projectile ogival de même angle au sommet, soit 60°.

D'après les tables de Gâvres, la fonction f (V) serait, pour ce projectile, d'environ 0,08 aux vitesses de nos essais, c'est-à-dire (voir la note de la page précédente) que le coefficient de résistance serait $0,158 \times 0,08 = 0,013$, valeur voisine de celles que nous avons trouvées.

pas d'agir sur des plaques isolées. On comprend, en effet, qu'il se produit des poussées horizontales qui donnent lieu sur le tube mobile à des frottements anormaux, et vicient tous les chiffres résultant de la mesure de la tension des ressorts. On est donc amené à annuler ces poussées horizontales en prenant un dispositif dans lequel les plaques sont symétriquement disposées par rapport au tube mobile, de manière que celui-ci ne soit soumis qu'à des efforts verticaux.

En tombant, la plaque, qui fait avec la verticale un angle i (fig. 14), chasse l'air devant elle et le refoule. Ce refoulement ne peut donner lieu qu'à un effort normal à la plaque. En effet, les efforts tangentiels, s'il tendait à s'en manifester, ne pourraient avoir de prise sur la surface lisse de la plaque et seraient incapables de produire un effort quelconque sur celle-ci (1). Cet effort normal P_i, qui subsiste seul, peut être remplacé par deux composantes, l'une verticale, c'est-à-dire dans la direction du mouvement, et l'autre horizontale.

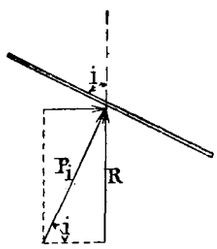


Fig. 14.

La première est l'effort mesuré R ; l'autre produit un effort horizontal équilibré par celui qui agit sur la plaque symétrique. On a donc :

$$P_i = \frac{R}{\sin i}.$$

Nous prendrons le rapport entre cet effort normal P_i et l'effort qu'exerce l'air, dans les mêmes conditions de vitesse, sur la même plaque placée normalement à la direction du mouvement. Ce dernier effort, que nous appellerons P_{90}, a fait l'objet de l'étude précédente et nous avons montré qu'il peut être représenté par KSV^2. C'est ce rapport $\frac{P_i}{P_{90}}$ qui est considéré par les expérimentateurs dans l'étude des plans inclinés; nous désignerons cette fonction de i par φ.

Pour en trouver la valeur, remarquons que si on appelle K_i le coefficient de résistance calculé, comme nous l'avons fait jusqu'à

(1) Le fait qu'un vent frappant obliquement une surface plane n'exerce jamais sur celle-ci qu'une pression normale, a été expérimentalement vérifié par Dines et par Langley. Il est d'ailleurs conforme à la théorie des fluides parfaits, dans le sein desquels il ne peut se produire que des pressions normales aux parois.

présent, en considérant la projection S sin i de la surface, on peut écrire :

$$R_i = K_i S \sin i . V^2,$$

et :

$$\varphi = \frac{P_i}{P_{90}} = \frac{\frac{R}{\sin i}}{P_{90}} = \frac{K_i S V^2}{K S V^2} = \frac{K_i}{K}.$$

Ce rapport n'est donc autre que celui des deux coefficients de résistance.

Il est commode de le faire entrer dans les applications pratiques (1).

1° Dièdres.

Nous avons considéré d'abord le cas de plans carrés de $\frac{1}{8}$ de m^2, se joignant à la partie inférieure et formant un dièdre à charnière dont on pouvait faire varier l'ouverture (Pl. VI, fig. 33, 34 et 35). Nous avons étudié ces dièdres pour des inclinaisons i de 70°, 47° $\frac{1}{2}$ et 28° des faces sur la verticale, c'est-à-dire pour des angles d'ouverture du dièdre de 140°, 95° et 56°.

Ces trois dièdres ont été ensuite munis de faces planes, de manière à être transformés en prismes triangulaires, que dans les tableaux nous appelons dièdres solides.

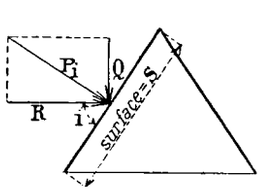
Les résultats donnés par ces deux genres de surfaces ont été sensible-

(1) Prenons pour exemple la résistance d'une toiture au vent. L'effort de renversement auquel le toit devra résister est la composante horizontale :

$$R = \varphi K S \sin i . V^2,$$

φ variant avec l'inclinaison i du toit sur l'horizontale.

La composante normale au toit qui sert au calcul des fermes et des poutres est :



(a) $$P_i = \frac{R}{\sin i} = \varphi K S V^2.$$

L'effort vertical sur l'appui est :

(b) $$Q = P_i \cos i = \varphi K S \cos i . V^2.$$

En résumé, l'effort normal P_i étant donné par la relation (a), pour avoir la composante verticale ou la composante horizontale, il suffit de remplacer S par sa projection horizontale ou sa projection verticale.

ment les mêmes. Ils sont inscrits dans le tableau (p. 101) ; les coefficients moyens sont les suivants :

Pour $i =$	70°	47°,5	28°
$K =$	0,068	0,057	0,041

Ces nombres donnent, avec la formule $R = KSV^2$, la résistance supportée par les dièdres ; leur variation est figurée par la courbe ci-dessous

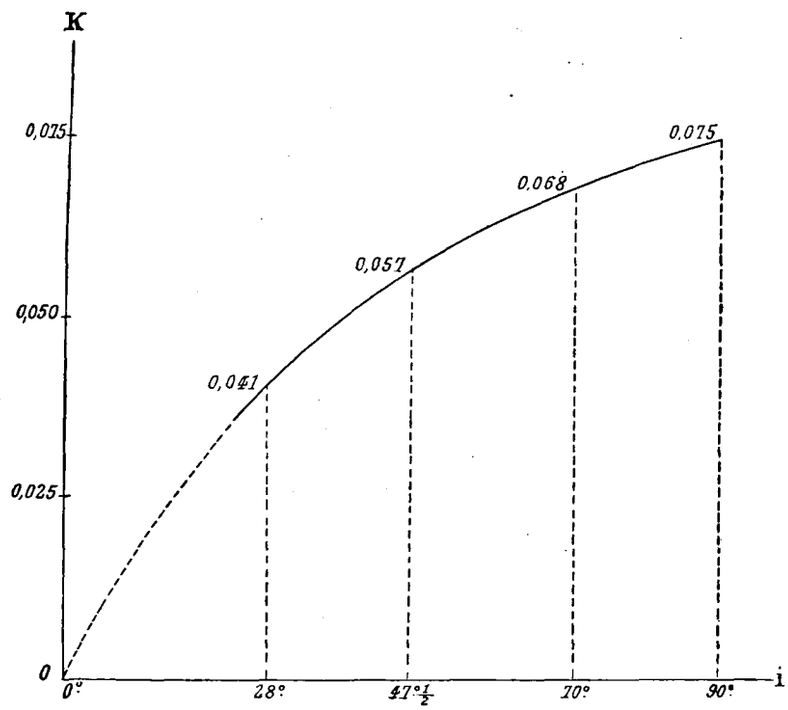


Fig. 15. — *Coefficients de résistance des dièdres.*

(fig. 15). Pour 90°, cette courbe passe par 0,075, coefficient déjà trouvé pour le rectangle formé de deux carrés de $\frac{1}{8}$ de m^2 juxtaposés, c'est-à-dire pour le dièdre ouvert à 180°.

La figure 13 (p. 59) montre que les coefficients qui correspondent à des rectangles tels que ceux qui sont mesurés par les projections horizontales des dièdres expérimentés, sont égaux ou peu inférieurs à 0,075 ; aussi peut-on dire que la figure 15 représente également la variation des efforts sur un plan protégé par un dièdre d'angle

quelconque. Ainsi, en mettant en avant de ce plan un dièdre ayant 60° pour angle au sommet, la réduction de résistance sera, d'après la courbe, de $\frac{0,043}{0,075} = 57$ p. 100.

Nous avons aussi donné dans le tableau (p. 72) les valeurs de $\frac{P_i}{P_{90}}$ calculées comme nous l'avons dit plus haut ; ces valeurs sont reportées sur la figure 16 et reliées par la courbe I. Cette courbe est remarquablement régulière.

Si l'on regarde un dièdre comme la limite de deux plans inclinés d'un même angle, qui d'abord écartés viennent à se réunir, il est presque certain que le dièdre fendra l'air en le déplaçant avec le minimum d'effort. On doit donc s'attendre à ce que les valeurs de $\frac{P_i}{P_{90}}$ soient moindres pour les dièdres que pour les plans écartés ; c'est en effet ce que nous avons vérifié.

2° Plans inclinés isolés.

Leur étude présente plus de difficulté que celle des dièdres, comme le montrent les différences considérables qu'ont trouvées les expérimentateurs, de sorte que la plus grande incertitude règne sur ce sujet et que son étude présente un intérêt spécial.

Nous avons dit précédemment que, pour éliminer le frottement qu'aurait produit la composante horizontale de l'effort de l'air, nous avions placé deux plans symétriques par rapport au tube mobile de l'appareil.

Il était nécessaire de donner à cet ensemble une grande rigidité, de manière à éviter des flexions qui auraient changé l'angle du plan ou même sa forme, et des secousses qui auraient déterminé des frottements sur le tube mobile. Mais on ne pouvait augmenter le poids sans augmenter dans la même proportion le terme correctif du calcul, et sans diminuer par suite la précision du résultat. Aussi avons-nous dû, pour les plans formés de carrés de 0,50 *m* de côté, nous borner à les écarter l'un de l'autre d'une distance relativement faible : leurs arêtes les plus voisines étaient placées à une distance comprise entre 0,50 et 0,80 *m* l'une de l'autre (Pl. VI, fig. 39).

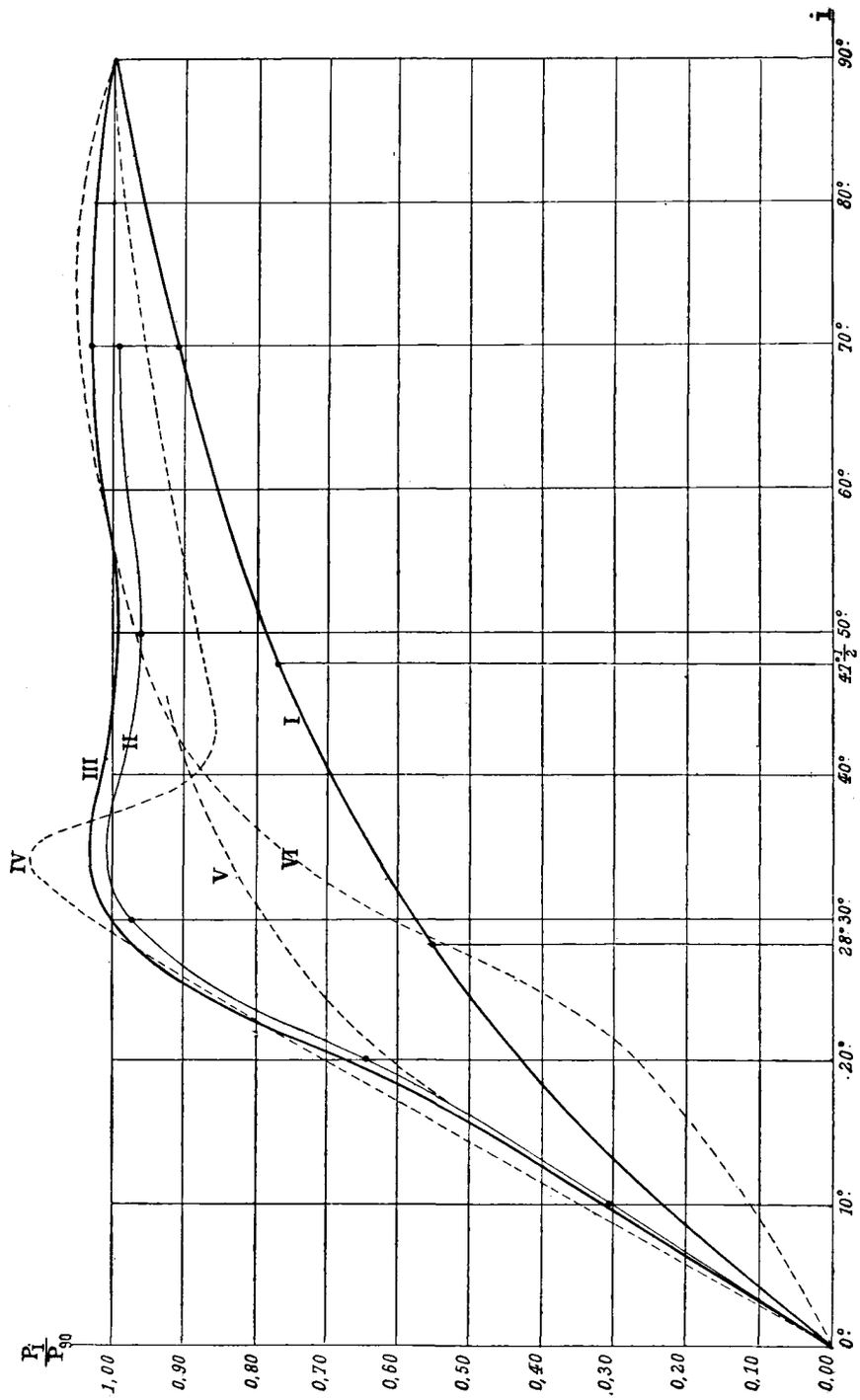


Fig. 16. — *Valeurs expérimentales de* $\frac{P_i}{P_{90}}$ *pour les dièdres et pour les plans inclinés.*
Courbes d'après nos expériences : I, *dièdres*; II, *plans inclinés rapprochés*; III, *plans inclinés écartés.*
Courbes : IV, *de M. Dines*; V, *de Langley*; VI, *de Mannesmann.*

Les résultats obtenus avec cette disposition sont donnés dans le tableau (p. 81). Les valeurs de $\frac{P_i}{P_{90}}$ de ce tableau, c'est-à-dire

$\frac{P_i}{P_{90}} =$	0,99	0,96	0,98	0,64	0,31
Pour $i =$	70°	50°	30°	20°	10°

ont servi à tracer la courbe II du diagramme (fig. 16).

Cependant, il était presque certain que dans ces conditions les plans réagissaient l'un sur l'autre, et que les résultats ainsi obtenus ne pouvaient s'appliquer sans correction aux plans isolés. Mais il faut remarquer que cette influence mutuelle diminuait vite à mesure que les plans s'éloignaient de la position horizontale, car chacun de ceux-ci chassait l'air du côté opposé à l'autre, de sorte que les remous s'écartaient de plus en plus du milieu des deux plaques; en outre, ces remous diminuaient en même temps que la résistance. On peut donc admettre que l'influence mutuelle, maximum pour le plus grand angle essayé, soit 70°, diminue avec l'inclinaison pour s'annuler aux positions voisines de la verticale.

Aussi, pour apprécier cette influence, avons-nous établi un dispositif dans lequel l'écartement des plaques était porté à 1,60 *m* (Pl. VI, fig. 40). Cette distance devait annuler pratiquement leur influence réciproque : nous nous en sommes assurés en recherchant le coefficient correspondant à la position horizontale de ces plaques; nous avons trouvé 0,075, c'est-à-dire le coefficient donné par les mêmes plaques isolées. Nous avons fait ensuite une expérience pour l'angle de 70° et nous avons trouvé un rapport $\frac{P_i}{P_{90}}$ de 1,03, qui est à comparer avec 0,99 correspondant aux plaques rapprochées. Ce point nouveau peut donc être considéré comme appartenant à la courbe corrigée.

L'écart doit diminuer à mesure que l'inclinaison sur la verticale diminue. Cela nous a permis de tracer la courbe III (fig. 16) qui se rapproche d'autant plus des points précédents que les inclinaisons sont plus voisines de 0°.

D'après cette courbe, l'effort supporté par un plan qui, d'abord parallèle au vent, s'incline de plus en plus sur sa direction, croît régulièrement et rapidement avec l'angle d'inclinaison jusqu'à 30°, où il est le même que si le plan était normal au vent. Entre 30° et 90° l'effort est

presque constant; il passe par un minimum et deux maxima en restant un peu supérieur à sa valeur pour la position normale. Ce résultat, qui a été constaté aussi par M. Dines, quoique dans une mesure différente (voir la courbe IV de la figure 16), peut surprendre : on est en effet porté à croire que quand on incline un plan qui était normal au vent, le vent exercera moins d'effort, d'abord parce que dans sa direction l'obstacle diminue de largeur, puis parce que son écoulement semble facilité. Mais par contre, la proue d'air immobile qui se forme au-devant d'un plan normal, et équivaut jusqu'à un certain point à une proue solide qui réduirait la résistance, est beaucoup diminuée ou même ne peut subsister devant un plan incliné.

Il en est de même pour la masse d'air immobile, ou plutôt peu agitée, à l'arrière d'un plan normal. L'air est donc chassé plus violemment par la plaque inclinée et sa résistance s'en trouve finalement augmentée.

Remarquons d'autre part que ce n'est pas la pression P_i qui correspond au travail effectué : celui-ci est RV, c'est-à-dire $(P_i \sin i)$ V.

Comme conclusion, nous proposons pour les plans isolés la règle suivante qui est de la plus grande simplicité, et dont l'écart relativement à nos résultats est de l'ordre des erreurs inévitables et des approximations admissibles en aérodynamique :

Le rapport de l'effort normal sur la plaque inclinée à l'effort sur la plaque perpendiculaire au vent, est égal à $\frac{i^\circ}{30}$ quand l'inclinaison i est comprise entre 0° et 30° et à 1 quand i est supérieur à 30°. Pour 10°, par exemple, ce rapport est $\frac{1}{3}$; pour 20°, $\frac{2}{3}$; et pour 30°, 1.

A titre de comparaison, un peu même à titre de curiosité, nous indiquons dans le tableau ci-après les différentes valeurs proposées pour ce rapport. Les courbes correspondant à ces formules sont données dans la figure 17.

La figure 16 contient, outre les courbes I, II et III déduites de nos essais, les résultats expérimentaux de MM. Dines (IV), Langley (V) et Mannesmann (VI).

Valeurs de $\varphi = \frac{P_i}{P_{90}}$ données par diverses formules.

ANGLES D'INCLINAISON i		0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
I. $\varphi = 2 \sin i - \sin^2 i$	(Colonel Renard)	0	0,342	0,644	0,875	1,021	1,083	1,083	1,049	1,014	1
II. $\varphi = \frac{2 \sin i}{1 + \sin^2 i}$	(Duchemin)	0	0,337	0,612	0,800	0,910	0,966	0,989	0,998	1,000	1
III. $\varphi = \frac{2(1 + \cos i) \sin i}{1 + \cos i + \sin i}$	(M. de Louvrié)	0	0,320	0,581	0,789	0,942	1,044	1,097	1,105	1,072	1
IV. $\varphi = 2 \sin i - \sin^2 i$	(M. Goupil)	0	0,317	0,567	0,750	0,873	0,945	0,983	0,996	0,999	1
V. $\varphi = \frac{\sin i}{0,39 + 0,61 \sin i}$	(Joëssel)	0	0,350	0,571	0,720	0,822	0,894	0,943	0,976	0,994	1
VI. $\varphi = \sin i^{1,84 \cos i - 1}$	(Hutton)	0	0,241	0,457	0,663	0,834	0,953	1,012	1,023	1,010	1
VII. $\varphi = \frac{(4 + \pi) \sin i}{4 + \pi \sin i}$	(Lord Rayleigh)	0	0,273	0,481	0,641	0,763	0,854	0,920	0,965	0,991	1
VIII. $\varphi = \sin i$	(M. V. Lössl, etc.) . . .	0	0,174	0,342	0,500	0,643	0,766	0,866	0,940	0,985	1
IX. $\varphi = \frac{2 \sin i}{1 + \sin i}\left(1 - \frac{0,62 \sin i}{1 + \sin i}\right)$	(Dorhandt et Thiesen) .	0	0,142	0,288	0,428	0,556	0,672	0,774	0,862	0,938	1
X. $\varphi = \sin^2 i$	(Newton)	0	0,030	0,117	0,250	0,413	0,587	0,750	0,883	0,970	1
XI. $\varphi = \sin^4 i$	(Weissbach)	0	0,001	0,014	0,063	0,171	0,344	0,561	0,780	0,941	1
XII. $\varphi = \sin i\left(1 + \frac{1 - \operatorname{tg} i}{0,25 + \operatorname{tg} i + 2 \operatorname{tg}^2 i}\right)$ (1)	(M. Soreau)	0	0,463	0,589	0,641	0,687	0,732	0,787	0,850	0,920	1
XIII. $\varphi = \frac{i^\circ}{30}$ pour $i < 30°$, puis $\varphi = 1$	(formule proposée) . . .	0	0,333	0,666	1	1	1	1	1	1	1

(1) Cette formule s'applique à des rectangles de largeur indéfinie.

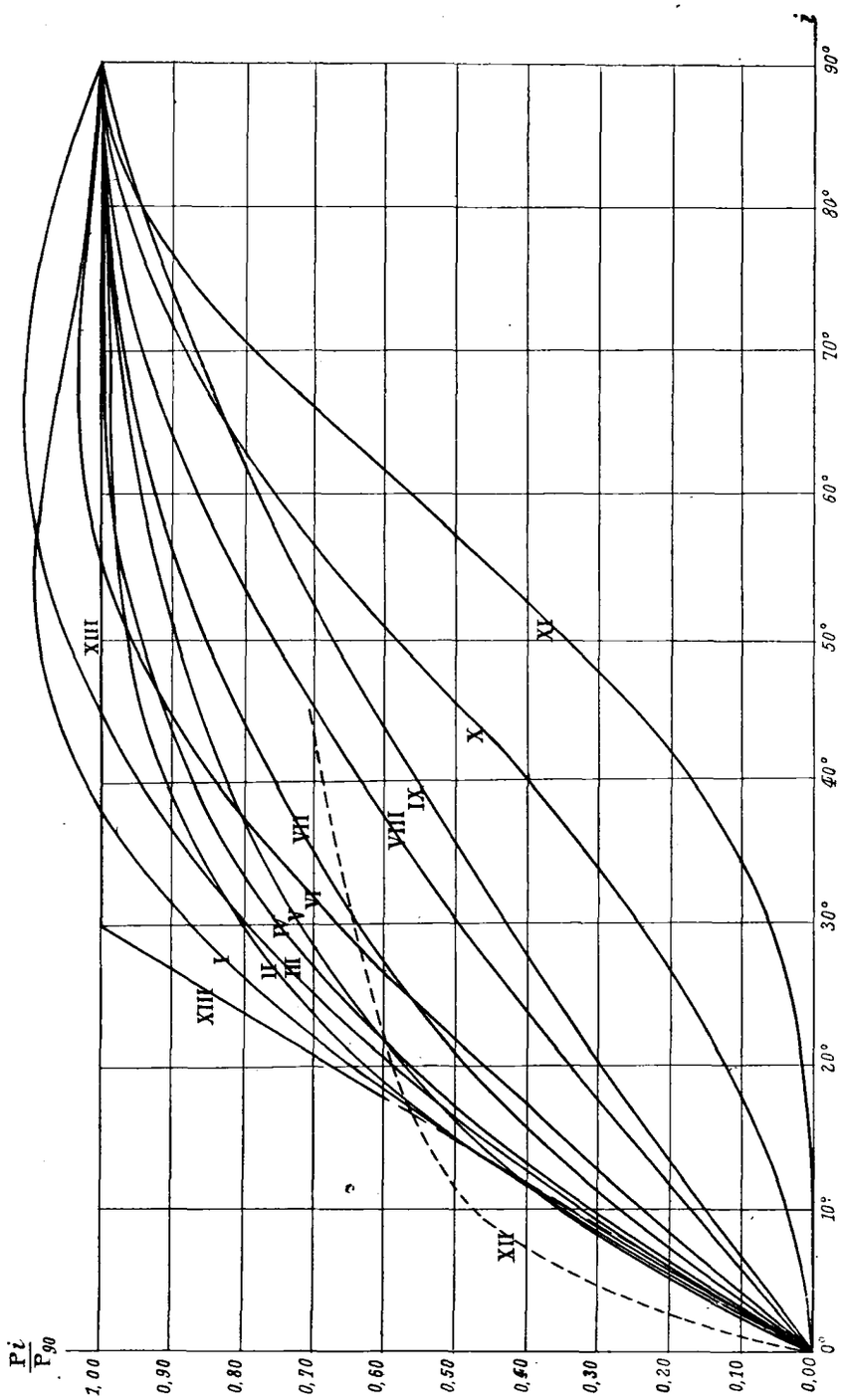


Fig. 17. — *Représentation graphique des formules proposées pour les valeurs de* $\frac{P_i}{P_{90}}$ *des plans inclinés.*

(*Voir le tableau page 72.*)

3° Tableaux des calculs.

Les tableaux suivants reproduisent les calculs détaillés pour quelques expériences sur les dièdres et les plans écartés, ainsi que l'ensemble de nos résultats relatifs à ces surfaces.

Nous donnons également, pour un plan incliné à 30° (expérience n° 94), la reproduction du diagramme (Pl. XIV), du développement (Pl. XVI, fig. 4) et de l'épure de correction (Pl. XVII, fig. 8).

EXPÉRIENCE N° 75.

Dièdre à 70°.

H	t	λ	$p\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{S \sin i V^2}$	K	$\frac{P_i}{P_{90}}$
20	203,5	0,044	0,6	5,4	6,0	19,10	365	0,068	0,069	0,92
40	290,5	0,060	1,1	10,1	11,2	26,50	702	0,066	0,067	0,89
60	358,4	0,071	1,6	14,6	16,2	31,60	999	0,067	0,068	0,91
80	417,5	0,081	2,1	18,9	21,0	36,18	1.309	0,067	0,068	0,91
95	457,0	0,088	2,5	22,0	24,5	39,12	1.530	0,067	0,068	0,91

EXPÉRIENCE N° 76.

Dièdre à 47° $\frac{1}{2}$.

H	t	λ	$p\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{S \sin i V^2}$	K	$\frac{P_i}{P_{90}}$
20	205,5	0,058	0,75	2,90	3,65	18,88	356	0,055	0,057	0,76
40	293,6	0,061	1,1	6,0	7,1	26,60	708	0,054	0,056	0,75
60	363,2	0,063	1,4	8,9	10,3	32,40	1.050	0,053	0,055	0,73
80	421,5	0,065	1,7	11,5	13,2	36,50	1.332	0,053	0,055	0,73
95	461,2	0,067	1,9	13,4	15,3	39,82	1.586	0,052	0,054	0,72

EXPÉRIENCE N° 80.

Dièdre à 28°.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{S \sin i V^2}$	K	$\frac{P_i}{P_{90}}$
20	204,6	0,041	0,54	1,25	1,79	19,12	366	0,041	0,043	0,57
40	291,2	0,044	0,82	2,65	3,47	26,76	716	0,041	0,043	0,57
60	358,4	0,046	1,05	4,05	5,10	32,58	1.061	0,040	0.042	0,56
80	416,0	0,048	1,28	5,25	6,53	37,30	1.391	0,039	0,041	0,55
95	454,6	0,049	1,44	6,05	7,49	40,02	1.602	0,039	0,041	0,55

EXPÉRIENCE N° 84.

Dièdre solide à 70°.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{S \sin i V^2}$	K	$\frac{P_i}{P_{90}}$
20	203,6	0,041	0,6	5,3	5,9	19,00	361	0,068	0,070	0,93
40	290,1	0,054	1,15	10,1	11,25	26,60	708	0,066	0,068	0,91
60	358,0	0,066	1,7	14,2	15,9	32,10	1.030	0,064	0,066	0,88
80	416,2	0,075	2,3	19,0	21,3	36,60	1.340	0,066	0,068	0,91
95	455,5	0,081	2,7	22,1	24,8	39,02	1.523	0,068	0,070	0,93

EXPÉRIENCE N° 85.

Dièdre solide à 47° $\frac{1}{2}$.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{S \sin i V^2}$	K	$\frac{P_i}{P_{90}}$
20	203,5	0 039	0,6	3,1	3,7	19,00	361	0,055	0,057	0,76
40	290,5	0,045	1,0	6,3	7,3	27,00	729	0,053	0,055	0,73
60	358,0	0,050	1,3	9,3	10,6	32,40	1.050	0,054	0,056	0,75
80	415,3	0,055	1,7	12,9	14,6	36,70	1.347	0,058	0,060	0,80
95	454,5	0,058	2,0	14,4	16,4	39,22	1.538	0,057	0,059	0,79

EXPÉRIENCE N° 87.

Dièdre solide à 28°.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{S \sin i V^2}$	K	$\frac{P_i}{P_{90}}$
20	204,0	0,037	0,55	1,15	1,70	19,34	374	0,038	0,040	0,53
40	290,5	0,043	0,91	2,15	3,06	26,90	724	0,036	0,038	0,51
60	357,0	0,047	1,23	3,40	4,63	32,28	1.042	0,037	0,039	0,52
80	414,7	0,050	1,52	4,70	6,22	37,14	1.379	0,039	0,041	0,55
95	453,4	0,052	1,72	5,45	7,17	40,22	1.618	0,037	0,039	0,52

EXPÉRIENCE N° 89.

Plans inclinés à 70°.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{S \sin i V^2}$	K	$\frac{P_i}{P_{90}}$
20	206,8	0,079	1,4	11,5	12,9	19,03	362	0,076	0,076	1,01
40	296,0	0,090	2,4	21,3	23,7	25,63	657	0,077	0,077	1,03
60	367,6	0,098	3,2	29,4	32,6	29,99	899	0,077	0,077	1,03
80	429,3	0,106	4,0	35,6	39,6	34,27	1.174	0,072	0,072	0,96
90	458 2	0,109	4,4	39,0	43,4	35,75	1.278	0,073	0,073	0,98

EXPÉRIENCE N° 91.

Plans inclinés à 50°.

H	t	λ	$pt\lambda$	f	R	V	V^2	$\frac{R}{S \sin i V^2}$	K	$\frac{P_i}{P_{90}}$
20	204,6	0,059	1,1	9,0	10,1	19,01	361	0,072	0,074	0,99
40	292,6	0,078	2,0	17,1	19,1	26,35	694	0,071	0,073	0,97
60	362,2	0,092	3,0	23,3	26,3	30,84	951	0,072	0,074	0,99
80	422,1	0,105	3,9	29,5	33,4	35,00	1.225	0,071	0,073	0,97
90	451,0	0,110	4,4	32,7	37,1	36,65	1.343	0,072	0,074	0,99

EXPÉRIENCE N° 94.

Plans inclinés à 30°.

H	t	λ	p/λ	f	R	V	V^2	$\frac{R}{S \sin i V^2}$	K	$\frac{P_i}{P_{90}}$
20	204,7	0,055	1,0	5,6	6,6	19,46	379	0,070	0,071	0,87
40	292,0	0,069	1,8	10,7	12,5	26,40	697	0,072	0,073	0,91
60	361,1	0,080	2,6	15,4	18,0	31,47	990	0,072	0,073	0,91
80	420,5	0,090	3,3	20,3	23,6	35,65	1.271	0,074	0,075	0,92
90	447,9	0,094	3,7	21,6	25,3	37,10	1.376	0,073	0,074	0,91

EXPÉRIENCE N° 96.

Plans inclinés à 20°.

H	t	λ	p/λ	f	R	V	V^2	$\frac{R}{S \sin i V^2}$	K	$\frac{P_i}{P_{90}}$
20	206,6	0,051	0,93	2,53	3,46	19,27	371	0,054	0,053	0,65
40	293,2	0,049	1,27	5,00	6,27	26,15	684	0,054	0,053	0 65
60	361,2	0,048	1,53	7,44	8,97	32,05	1.027	0,051	0,050	0 61
80	418,9	0,046	1,70	9,32	11,02	36,60	1.340	0,048	0,047	0,58
90	445,6	0,046	1,81	10,48	12,29	38,63	1.492	0,048	0,047	0,58

EXPÉRIENCE N° 98.

Plans inclinés à 10°.

H	t	λ	p/λ	f	R	V	V^2	$\frac{R}{S \sin i V^2}$	K	$\frac{P_i}{P_{90}}$
20	205,1	0,035	0,62	0,11	0,73	19,67	387	0,022	0,022	0,27
40	290,4	0,035	0,89	0,68	1,57	27,30	745	0,024	0,024	0,29
60	357,1	0,036	1,13	1,29	2,42	33,70	1.009	0,025	0,025	0,31
80	413,6	0,036	1,28	1,56	2,84	37,65	1.418	0,023	0,023	0,28
90	439,6	0,036	1,40	1,60	3,00	39,87	1.590	0,022	0,022	0,27

Dièdres.

DIÈDRES	NUMÉROS des expériences	VALEURS DE R POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE :					VALEURS DE V DE	
		20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	95 *m*	20 *m*	40 *m*
		kg	*kg*	*kg*	*kg*	*kg*	*m*	*m*
Dièdre à 70°	75	6,0	11,2	16,2	21,0	24,5	19,10	26,50
Dièdre à $47° \frac{1}{2}$	76	3,65	7,1	10,3	13,2	15,3	18,88	26,60
	77	3,9	7,1	10,5	13,5	16,0	19,22	27,00
	78	3,8	7,4	10,7	13,9	16,5	19,50	26,73
	79	3,8	7,1	10,7	13,9	16,0	19,10	26,88
Dièdre à 28°	80	1,79	3,47	5,10	6,53	7,49	19,12	26,76
	81	1,85	3,59	5,34	6,82	7,89	19,20	26,79
	82	1,76	3,39	4,95	6,78	7,77	19,32	27,20
	83	1,60	3,59	5,52	7,18	8,17	19,20	27,04
Dièdre solide à 70°	84	5,9	11,25	15,9	21,3	24,8	19,00	26,60
Dièdre solide à $47° \frac{1}{2}$ . . .	85	3,7	7,3	10,6	14,6	16,4	19,00	27,00
	86	3,7	7,3	10,9	14.3	16,9	19,02	26,40
Dièdre solide à 28°	87	1,70	3,06	4,63	6,22	7,17	19,34	26,90
	88	1,66	3,22	5,12	6,73	7,86	19,35	26,96

Dièdres.

POUR LES HAUTEURS CHUTE DE :			VALEURS DU COEFFICIENT K POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE :						VALEURS DE $\frac{P_i}{P_{90}}$ POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE :					
60 *m*	80 *m*	95 *m*	20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	95 *m*	MOYENNES	20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	95 *m*	MOYENNES
m	*m*	*m*												
31,60	36,18	39,12	0,069	0,067	0,068	0,068	0,068	0,068	0,92	0,89	0,91	0,91	0,91	0,91
32,40	36,50	39,82	0,057	0,056	0,055	0,055	0,054		0,76	0,75	0,73	0,73	0,72	
31,70	36,98	40,00	0,058	0,054	0,058	0,055	0,055	0,056	0,77	0,72	0,77	0,73	0,73	0,75
32,28	37,02	40,24	0,056	0,058	0,057	0,057	0,057		0,75	0,77	0,76	0,76	0,76	
32,10	36,60	39,32	0,057	0,054	0,057	0,057	0,056		0,76	0,72	0,76	0.76	0,75	
32,58	37,30	40,02	0,043	0,043	0,042	0,041	0,041		0,57	0,57	0,56	0,55	0,55	
32,49	37,11	40,03	0,043	0,043	0,043	0,043	0,042	0,042	0,57	0,57	0,57	0,57	0,56	0,56
32,42	37,36	40,20	0,039	0,039	0,040	0,041	0,041		0,52	0,52	0,53	0,55	0,55	
32,22	37,00	40,22	0,038	0,043	0,046	0,046	0,045		0,51	0,57	0,61	0,61	0,60	
32,10	36,60	39,02	0,070	0,068	0,066	0,068	0,070	0,068	0,93	0,91	0,88	0,91	0,93	0,91
32,40	36,70	39,22	0,057	0,055	0,056	0,060	0,059	0,058	0,76	0,73	0 75	0,80	0,79	0,78
31,82	35,80	39,09	0,057	0,058	0,060	0 062	0,061		0.76	0,77	0,80	0,82	0,81	
32,28	37,14	40,22	0,040	0,038	0,039	0,041	0,039	0,040	0,53	0,51	0,52	0,55	0,52	0,54
32,83	37,28	39,50	0,039	0,040	0,042	0,043	0,044		0,52	0,53	0,56	0,57	0,59	

Plans inclinés.

ANGLE DU PLAN	NUMÉROS des expériences	VALEURS DE R POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE :					VALEURS DE V DE	
		20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	90 *m*	20 *m*	40 *m*
		kg	*kg*	*kg*	*kg*	*kg*	*m*	*m*
90°.	25	6,81	12,43	18,00	23,34	27,35	19,35	26,50
	26	6,75	12,56	18,07	23,74	28,17	18,80	26,00
	27	6,67	12,38	17,89	23,26	27,38	18,72	26,22
70°.	89	12,9	23,7	32,6	39,6	43,4	19,03	25,63
	90	12,1	22,9	31,4	41,6	»	18,91	25,75
50°.	91	10,1	19,1	26,3	33,4	37,1	19,01	26,35
	92	9,8	17,3	24,7	31,6	34,3	18,81	26,19
	93	10,4	17,8	25,9	34,2	36,9	19,14	26,02
30°.	94	6,6	12,5	18,0	23,6	25,3	19,46	26,40
	95	6,4	12,3	18,9	23,7	25,0	19,00	26,76
20°.	96	3,46	6,27	8,97	11,02	12,29	19,27	26,15
	97	3,03	5,58	8,37	10,48	10,99	19,40	26,70
10°.	98	0,73	1,57	2,42	2,84	3,00	19,67	27,30
90°.	99	12,9	23,6	32,5	41,0	»	18,93	25,02
	100	13,9	24,5	34,8	41,8	45,2	18,92	25,27
70°.	101	12,9	23,0	32,6	39,8	43,6	18,50	25,04

Plans inclinés.

POUR LES HAUTEURS CHUTE DE :			VALEURS DU COEFFICIENT K POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE :						VALEURS DE $\frac{P_i}{P_{90}}$ POUR LES HAUTEURS DE CHUTE DE :					
60 *m*	80 *m*	90 *m*	20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	90 *m*	MOYENNES	20 *m*	40 *m*	60 *m*	80 *m*	90 *m*	MOYENNES
m	*m*	*m*												
32,00	36,00	38,22	0,074	0,072	0,072	0,073	0,076		0,99	0,96	0,96	0,97	1,01	
31,50	35,93	38,22	0,078	0,075	0,074	0,075	0,078	0,075	1,04	1,00	0,99	1,00	1,04	1,00
31,88	36,00	38,20	0,077	0,074	0,072	0,073	0,076		1,05	0,99	0,96	0,97	1,01	
29,99	34,27	35,75	0,076	0,077	0,077	0,072	0,073	0,074	1,01	1,03	1,03	0,96	0,98	0,99
31,06	34,63	»	0,074	0,075	0,071	0,074	»		0,99	1,00	0,95	0,99	»	
30,84	35,00	36,65	0,074	0,073	0,074	0,073	0,074		0,99	0,97	0,99	0,97	0,99	
31,09	35,51	36,30	0,073	0,067	0,068	0,067	0,069	0,072	0,97	0 89	0,91	0,89	0,92	0,96
31,76	35,60	36,00	0,077	0,071	0,069	0,073	0,077		1,02	0,95	0,92	0,97	1,02	
31,47	35,65	37,10	0,071	0,073	0,073	0,075	0,074	0,073	0,95	0,97	0,97	1,00	0,99	0,98
31,65	35,72	37,63	0,072	0,070	0,077	0,076	0,072		0,96	0,93	1,02	1,01	0,96	
32,05	36,60	38,63	0,053	0,053	0,050	0,047	0,047	0,049	0,70	0,70	0,67	0,63	0,63	0,64
31,40	36,67	38,48	0,049	0,048	0,049	0,047	0,045		0,65	0,64	0,65	0,63	0,60	
33,30	37,65	39,97	0,022	0,024	0,025	0,023	0,022	0,023	0,29	0,32	0,33	0,31	0,29	0,31
29,80	35,34	»	0,073	0,077	0,074	0,068	»	0,075	0,97	1,03	0,99	0,91	»	1,00
29,50	33,10	34,05	0,076	0,076	0,078	0,075	0,077		1,01	1,01	1,04	1,00	1,03	
30,90	33,30	34,24	0,080	0,078	0,073	0,076	0,078	0,077	1,07	1,04	0,97	1,01	1,04	1,03

CHAPITRE IV

ÉTUDE DES EXPÉRIENCES FAITES AVEC LE PREMIER APPAREIL

Dans les expériences que nous venons d'analyser, nous avons pu déterminer la résistance de l'air pendant toute l'étendue de la chute. Dans les expériences faites avec le premier appareil, cette détermination n'a pu être réalisée, parce que par suite d'un contact insuffisant des galets et du câble, ainsi que nous l'avons dit précédemment, il s'est produit des glissements le long du câble, et que par conséquent le tambour enregistreur ne tournait pas toujours avec une vitesse proportionnelle à la vitesse de la chute. Un premier calcul, où nous avions voulu tenir compte de ces glissements, nous avait donné des coefficients trop faibles (1) : il est plus exact d'éliminer leur effet, en admettant que l'appareil subit une résistance totale exactement proportionnelle au carré de la vitesse. Nous allons voir que cette hypothèse, d'ailleurs vérifiée suffisamment par nos expériences définitives, conduit à des résultats voisins de ceux indiqués plus haut.

On peut relever sur le diagramme la durée de la chute totale d'après le nombre de vibrations, ainsi que l'effort final sur les ressorts; mais ce sont là les seules données; la vitesse et l'accélération finales doivent être trouvées à l'aide d'une méthode tout autre que celle déjà exposée.

La relation que nous avons posée précédemment est toujours applicable :

$$R = f + \frac{p}{g}(g - \gamma).$$

(1) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 6 juillet 1903.

Dans cette relation, R est la résistance cherchée, f l'effort sur les ressorts, p le poids de la partie mobile (plaque d'essai, tube mobile, etc.) γ l'accélération de la plaque et g l'accélération de la pesanteur.

Nous avons vu que dans la différence $g-\gamma$, on peut remplacer γ par l'accélération de la partie fixe de l'appareil. Puisque nous admettons que la résistance au mouvement de chute est exactement proportionnelle au carré de la vitesse, les données des diagrammes nous permettront de déterminer la vitesse et l'accélération, et par suite la résistance unitaire.

Soient p' le poids de l'ensemble de l'appareil, K' sa résistance spécifique, S' la surface correspondante et V la vitesse après une durée t de chute. $K'S'V^2$ sera le terme représentant la résistance de l'air, d'après la formule dont nous avons précédemment démontré l'exactitude; l'ensemble des forces agissant sur l'appareil est donc $p'-K'S'V^2$ et est égal au produit de la masse par l'accélération, soit $\frac{p'}{g}\frac{dV}{dt}$. La loi du mouvement est donc représentée par la relation:

$$\frac{p'}{g}\frac{dV}{dt}=p'-K'S'V^2. \tag{1}$$

La vitesse croît donc d'autant moins vite que la résistance de l'air se rapproche davantage du poids de l'appareil. Elle tend vers une limite q donnée par la relation

$$p'-K'S'q^2=0 \qquad \text{ou} \qquad q=\sqrt{\frac{p'}{K'S'}}.$$

Le mouvement ne dépend, comme le montre l'équation (1), que de $\frac{p'}{K'S'}$, c'est-à-dire de cette vitesse limite q, qui constitue ainsi, au point de vue de la résistance de l'air, la caractéristique du mobile.

En remplaçant $\frac{p'}{K'S'}$ par q^2 dans la relation (1), il vient :

$$\frac{1}{1-\frac{V^2}{q^2}}dV=gdt.$$

En intégrant de o à t, on a pour l'expression de la vitesse :

$$V=q\,\frac{e^{\frac{2gt}{q}}-1}{e^{\frac{2gt}{q}}+1}. \tag{2}$$

La hauteur de chute H correspondant au temps t est :

$$H = \int_0^t V dt = q \int_0^t \frac{e^{\frac{2gt}{q}} - 1}{e^{\frac{2gt}{q}} + 1} dt = q \int_0^t \frac{e^{\frac{gt}{q}} - e^{-\frac{gt}{q}}}{e^{\frac{gt}{q}} + e^{-\frac{gt}{q}}} dt = \frac{q^2}{g} \int_0^t d \log_n \left(e^{\frac{g}{q}} + e^{-\frac{gt}{q}}\right),$$

ou :

$$(3) \qquad H = \frac{q^2}{g} \log_n \frac{e^{\frac{gt}{q}} + e^{-\frac{gt}{q}}}{2} = \frac{q^2}{g} 2{,}3026 \log \frac{e^{\frac{gt}{q}} + e^{-\frac{gt}{q}}}{2}.$$

On a ainsi une relation où il n'entre que H, t et q, et de laquelle, avec les valeurs de H et de t données par les expériences, on peut déduire q.

Pour toutes les chutes de 90 m, la durée a été très sensiblement la même, soit de 4,40 *sec*. Résolvant l'équation précédente par approximations successives, on trouve $q = 74$. Cette valeur convient également aux autres hauteurs de chute et aux durées correspondantes.

Éliminons maintenant t entre les relations (2) et (3), de manière à avoir une nouvelle relation entre V et H analogue à la formule $V^2 = 2gH$: on obtient :

$$V^2 = q^2\left(1 - e^{-\frac{2gH}{q^2}}\right)$$

permettant de calculer V à l'aide des valeurs connues de q^2 et de H.

La dérivée $\frac{dV}{dt}$ est l'accélération γ :

$$\gamma = g e^{-\frac{2gH}{q^2}}.$$

Ayant l'accélération, que nous pouvons considérer comme celle même de la plaque d'essai, nous reprenons l'équation primitive :

$$R = f + \frac{p}{g}(g - \gamma),$$

dans laquelle p est le poids de la partie mobile et f la tension des ressorts.

Ainsi pour l'essai n° 23, se rapportant à une plaque ronde de 0,07 m^2 de surface, ayant un diamètre de 300 *mm*, on a pour la fin de la chute :

$H = 90\ m$;	$p = 4{,}660\ kg$;
$t = 4{,}40\ sec$;	$f = 5{,}75\ kg$;
$V^2 = 1.481$;	$R = 7{,}010\ kg$;
$\gamma = 7{,}16\ m$;	$S = 0{,}07\ m^2$;

$$K = \frac{R}{SV^2} = 0{,}068.$$

Nous avons ainsi calculé les valeurs données dans le tableau suivant,

NATURE DE LA SURFACE		NUMÉRO DE L'ESSAI	H	$\gamma = ge^{-\frac{2gH}{q^2}}$	ORDONNÉE FINALE
	1° Boisseaux.				
Boisseaux. — Petit. . . .	S = 0,0360 m^2 (D = 214 *mm*). .	1	90	7,16	17,7
	p = 5,690 *kg*	2	90	7,16	16,0
Boisseaux. — Moyen . .	S = 0,0700 m^2 (D = 298,5 *mm*).	3	46,5	8,31	33,0
	p = 5,250 *kg*.	4	25	8,97	16,3
		5	45	8,35	30.3
		6	67,5	7,72	47,0
		7	90	7,16	59,5
		8	90	7,16	55,0
		9	90	7,16	58,0
		10	90	7,16	69,0
		11	90	7,16	56,5
		12	90	7,16	»
Boisseaux. — Grand. . .	S = 0,1412 m^2 (D = 424 *mm*). .	13	45	8,35	82,1
	p = 5,690 *kg*.	14	45	8,35	73,0
		15	45	8,35	73,4
	2° Plaques.				
Plaques rondes. — Petites . .	S = 0,0341 m^2 (D = 208,5 *mm*).	16	90	7,16	26,6
	p = 4,315 *kg*.	17	90	7,16	26,1
Plaques rondes. — Moyennes.	S = 0,0700 m^2 (D = 298,5 *mm*).	18	45	8,35	35,3
	p = 4,660 *kg*.	19	90	7,16	65,4
		20	90	7,16	68,0
		21	90	7,16	61,5
		22	90	7,16	63,6
		23	90	7,16	61,0
Plaques rondes. — Grandes. .	S = 0,1402 m^2 (D = 422,5 *mm*).	24	45	8,35	74,4
	p = 5,550 *kg*.	25	45	8,35	76,5
Plaques carrées. — Petites . .	S = 0,0357 m^2 (a = 189 *mm*). .	26	90	7,16	27,5
	p = 4,420 *kg*.	27	90	7,16	27,5
Plaques carrées. — Moyennes.	S = 0,0710 m^2 (a = 266,5 *mm*) .	28	90	7,16	66,5
	p = 4,420 *kg*.	29	90	7,16	69,5
Plaques carrées. — Grandes. .	S = 0,1421 m^2 (a = 377 *mm*) . .	30	45	8,35	78,5
	p = 5,000 *kg*.	31	45	8,35	81,0
Plaque rectangulaire	S = 0,1415 m^2 (266 × 532 *mm* .	32	45	8,35	77,2
	p = 5,050 *kg*	33	45	8,35	80,0

f	TERME CORRECTIF $\frac{p}{g}(g-\gamma)$	$R=f+\frac{p}{g}(g-\gamma)$	$V^2=g^2\left(1-e^{\frac{2gH}{g^2}}\right)$	$K=\frac{R}{SV^2}$	MOYENNES DE K
1,67	1,54	3,21	1.482	0,060	0,058
1,51	1,54	3,05	1.482	0,056	
3,11	0,80	3,91	836	0,067	0,066
1,54	0,45	1,99	469	0,061	
2,86	0,79	3,65	812	0,064	
4,43	1,13	5,56	1.164	0,068	
5,61	1,42	7,03	1.482	0,069	
5,18	1,42	6,60	1.482	0,065	
5,47	1,42	6,89	1.482	0,068	
5,85	1,42	7,27	1.482	0,072	
5,33	1,42	6,75	1.482	0,066	
»	»	»	»	»	
7,74	0,85	8,59	812	0,075	0,070
6,88	0,85	7,73	812	0,068	
6,92	0,85	7,77	812	0,068	
2,51	1,12	3,63	1.482	0,072	0,072
2,46	1,12	3,58	1.482	0,071	
3,33	0,70	4,03	812	0,071	0,071
6,17	1,26	7,43	1.482	0,072	
6,41	1,26	7,67	1.482	0,074	
5,80	1,26	7,06	1.482	0,068	
6,00	1,26	7,26	1.482	0,070	
5,75	1,26	7,01	1.482	0,068	
7,02	0,83	7,85	812	0,070	0,071
7,21	0,83	8,04	812	0,071	
2,60	1,13	3,73	1.482	0,070	0,070
2,60	1,13	3,73	1.482	0,070	
6,27	1,19	7,46	1.482	0,071	0,073
6,55	1,19	7,74	1.482	0,074	
7,40	0,75	8,45	812	0,074	0,073
7,43	0,75	8,18	812	0,071	
7,28	0,76	8,04	812	0,069	0,071
7,54	0,76	8,30	812	0,072	

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS

Résumons les résultats principaux que nous ont donnés nos expériences.

Nous avons vérifié que dans les limites de nos mesures, c'est-à-dire pour des vitesses comprises entre 18 et 40 *m*, la résistance de l'air est très sensiblement proportionnelle au carré de la vitesse. Dans la réalité, l'exposant de la vitesse paraît croître, pour les plaques, d'une façon continue, en passant par la valeur 2 pour une vitesse de 33 *m* environ; mais *n* reste assez voisin de 2 pour que nous puissions admettre cette proportionnalité.

Nous n'avons pas trouvé pour les coefficients de résistance, les valeurs élevées, atteignant 0,13, que certains expérimentateurs ont proposées, et qui sont encore admises par de nombreux ingénieurs. Il nous semble acquis, après les expériences que nous avons répétées dans des conditions assez différentes et qui conduisent à des nombres sensiblement égaux, que la résistance spécifique est comprise entre 0,07 et 0,08, à la température de 15° et à la pression de 760 *mm*. Cette dernière valeur paraît un maximum qu'atteignent seulement les plaques d'assez grande dimension.

Le tableau suivant donne, sous une forme condensée, nos résultats numériques moyens pour les plaques normales au vent.

	PLAQUES				
	de $\frac{1}{16}$ de m^2	de $\frac{1}{8}$ de m^2	de $\frac{1}{4}$ de m^2	de $\frac{1}{2}$ de m^2	de 1 m^2
Cercle	0,068	0,071	0,074	0,077	»
Carré.	0,070	0,072	0,075	0,077	0,079
Rectangle	»	0,073	0,075	»	»
Rectangle allongé. . .	0,073	0,074	»	»	»

La figure 13 (p. 59), qui reproduit graphiquement ce tableau, permet d'ailleurs une comparaison immédiate de ces coefficients. Elle montre l'augmentation lente du coefficient avec la surface de la plaque et avec son périmètre. Ce dernier résultat, qui d'ailleurs devait être prévu, est nettement confirmé par l'essai du treillis (K = 0,088).

Deux plaques voisines latéralement ont une influence mutuelle très faible, mais cette influence paraît être considérable quand les plaques sont l'une devant l'autre : leur résistance totale pourrait même devenir notablement inférieure à celle d'une plaque isolée. Ces plaques reliées l'une à l'autre de manière à former des cylindres verticaux pleins, ont conduit à des conclusions analogues.

La résistance de l'air est très réduite si la surface se termine à l'avant par une pointe (coefficient d'un cône à 60° : 0,015); elle est sensiblement accrue si la surface est concave vers l'avant (coefficients des coupes hémisphériques concaves : 0,072 ou 0,084 suivant le diamètre).

En ce qui concerne les dièdres, nos résultats sont représentés par les figures 15 (p. 67) et 16 (courbe I, p. 69).

Les plans inclinés ont donné, comme on pouvait s'y attendre, une résistance plus grande que les dièdres. Cette résistance, nécessairement normale au plan, croît d'abord proportionnellement à l'angle que forme la ~~perpendiculaire au~~ plan avec la direction du mouvement; à partir de 30° jusqu'à 90°, elle peut être, sans erreur sensible, prise égale à la résistance qu'offre le plan normal au vent. Ces expériences, effectuées avec des plans carrés, ont présenté certaines difficultés, mais leur accord nous paraît une garantie de leur exactitude.

Remarquons à ce propos, et d'une façon générale, que les écarts entre les divers coefficients donnés par une même plaque paraîtront considérables, si on les compare aux résultats d'autres mesures physiques : ils sembleront faibles, au contraire, si on considère les valeurs trouvées sur le même sujet par la généralité des expérimentateurs. Cette concordance, ainsi que le soin que nous avons eu d'éviter autant que possible, dans l'expérience et dans le calcul, les causes d'erreurs systématiques et les hypothèses particulières, nous font espérer qu'on accordera quelque confiance à nos résultats.

NOTE I

SUR LES VALEURS TROUVÉES ANTÉRIEUREMENT POUR LE COEFFICIENT DE RÉSISTANCE DE L'AIR

Il est intéressant de comparer nos valeurs de K à celles qu'ont trouvées antérieurement d'autres expérimentateurs. Nous extrayons ces coefficients d'un ouvrage sur la Résistance de l'air que nous avons en préparation et qui formera le complément du Mémoire actuel.

Les nombres indiqués ne sont pas rigoureusement comparables, parce que, faute de renseignements sur les conditions des expériences, nous n'avons pu les ramener tous à notre normale de 15° et 760 *mm* (1).

Toutefois, la correction qui en aurait résulté aurait été généralement peu importante, comme le montre la figure 10 (p. 31), à côté des différences considérables tenant surtout aux méthodes employées. En particulier, les résultats des expériences avec mouvement circulaire

(1) La formule de la résistance de l'air peut se mettre sous une autre forme que celle que nous avons adoptée. On peut écrire :

$$R = z\frac{\delta}{g}SV^2,$$

où $\frac{\delta}{g}$ est la masse de l'unité de volume d'air et z un coefficient purement numérique. Pour 15° et 760 *mm*, $\delta = 1{,}225$ *kg* et $\frac{\delta}{g} = 0{,}125 = \frac{1}{8}$. Quant à z, ses valeurs sont toujours plus petites que 1 ; d'après M. Lössl, $z = 0{,}83$ pour une plaque ronde et $z = 0{,}94$ pour un rectangle dont les côtés sont dans le rapport de 1 à 4. Cette notation, pour la comparaison des résultats d'expérience, présente l'avantage que z est indépendant de la température et de la pression ainsi que des unités choisies. Néanmoins nous avons préféré introduire le coefficient K, dont la signification physique est plus immédiate. D'ailleurs on passe aisément de K à z : à 15° et 760 *mm*, $z = 8K$.

nous paraissent entachées d'erreurs systématiques qu'on ne retrouve pas dans les expériences avec mouvement rectiligne : aussi avons-nous séparé les résultats donnés par les deux méthodes.

Dans le tableau que nous donnons ci-dessous, nous avons indiqué, autant qu'il nous a été possible, la nature des surfaces et la vitesse.

EXPÉRIMENTATEURS	K	FORME DE LA SURFACE	VITESSE
Mouvements circulaires.			
Smeaton (1782)	0,122	»	»
Hutton (1786)	0,081	Plaque circulaire; $d = 0,15$ *m.*	0 à 6 *m sec.*
Thibault (1828)	0,100	Plaque carrée; $a = 0,16$ *m.*	1 à 11 *m sec.*
Goupil	0,125	»	»
Marey.	0,125	»	»
Mannesmann	0,12	Plaque circulaire; $d = 0,15$ *m.*	3 à 25 *m sec.*
Von Lössl	0,103	Plaque carrée; $a = 1$ *m.*	0 à 2 *m sec.*
Reichel	0,096	Plaque carrée; $a = 0,83$ *m.*	Jusqu'à 50 *m sec.*
Renard	0,085	»	»
Dines	0,083	Plaque circulaire; $d = 0,15$ *m.*	»
Langley.	0,081	Plaque carrée; $a = 0,305$ *m.*	Jusqu'à 18 *m sec.*
Hagen	0,075	Plaque circulaire; $d = 0,10$ *m.*	0 à 2 *m sec.*
Recknagel	0,07	»	»
Mouvements rectilignes.			
Morin, Piobert et Didion.	0,11	Plaque carrée; $a = 1$ *m.*	8 à 9 *m sec.*
Ricour	0,13	Plaque carrée; $a = 0,10$ *m.*	20 *m sec.*
Desdouits.	0,13	Plaque carrée; $a = 0,10$ *m.*	20 *m sec.*
Cailletet et Colardeau. .	0,07	Plaque carrée; $a = 0,15$ à $0,21$ *m.*	20 *m sec.*
Le Dantec	0,08	Plaque carrée; $a = 1$ *m.*	1 *m sec.*
Canovetti.	0,076	Surfaces allant jusqu'à 8 m^2.	5 à 16 *m sec.*

Nous discuterons ces nombres dans l'ouvrage que nous préparons. Nous nous bornerons aujourd'hui à rappeler que pour l'ensemble de nos plaques, variant de $\frac{1}{16}$ de m^2 à 1 m^2, et pour des vitesses comprises entre 18 et 40 *m*, nous avons trouvé 0,074 (voir p. 56) comme moyenne générale de ce coefficient de résistance.

NOTE II

SUR UN PROCÉDÉ DE CALCUL RAPIDE POUR LA CHUTE LIBRE DES CORPS DANS L'AIR

En admettant que la résistance de l'air est proportionnelle au carré de la vitesse, nous avons trouvé (p. 84 et 85) les deux formules suivantes pour la chute libre des corps :

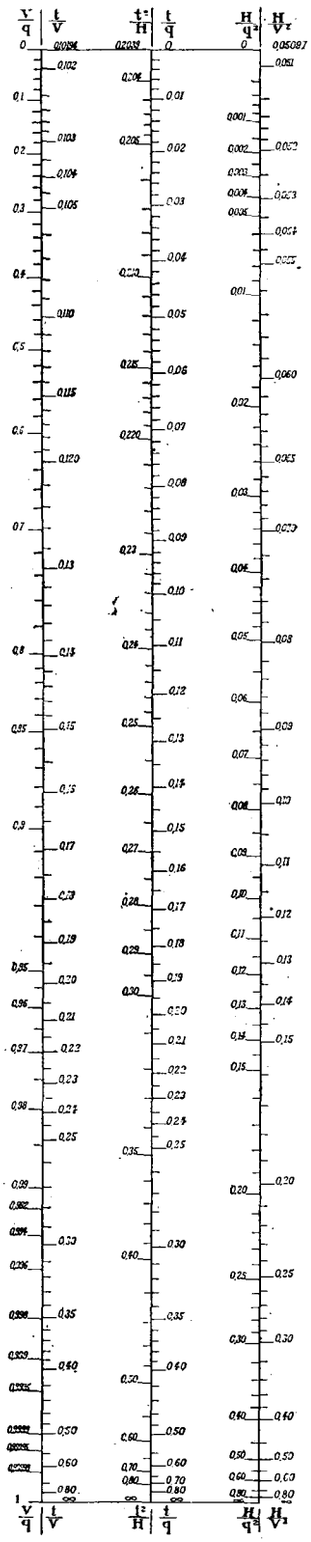
$$H = \frac{q^2}{g} 2{,}3026 \log \frac{e^{\frac{gt}{q}} + e^{-\frac{gt}{q}}}{2};$$

$$V = q \frac{e^{\frac{2gt}{q}} - 1}{e^{\frac{2gt}{q}} + 1}.$$

Dans ces formules, H et V sont la hauteur de chute et la vitesse à l'instant t, e la base 2,71828 des logarithmes népériens, g l'accélération de la pesanteur, et q la constante caractéristique du corps, donnée en fonction de son poids P, de sa surface S et de son coefficient de résistance K, par la relation :

$$q^2 = \frac{P}{KS}.$$

Les formules applicables aux diverses questions qui peuvent se présenter, seraient obtenues en résolvant le système de ces deux équations par rapport à toutes les variables prises deux à deux. On aurait de cette manière douze formules exponentielles, dont six nécessitant des approximations successives. C'est ainsi qu'en étudiant notre premier appareil, nous avons eu occasion de chercher la relation donnant V en fonction



de H et q, et de calculer par approximations successives q d'après des valeurs numériques de H et t.

Le procédé suivant permet d'éviter ces calculs longs et pénibles.

La première des deux formules précédentes ne contient comme variables que $\frac{H}{q^2}$ et $\frac{t}{q}$; la seconde ne contient que $\frac{V}{q}$ et $\frac{t}{q}$. Supposons qu'on prenne une série de valeurs de $\frac{t}{q}$: on pourrait calculer les valeurs correspondantes de $\frac{V}{q}$ et $\frac{H}{q^2}$ par ces formules, puis celles de $\frac{t}{V}$, $\frac{t^2}{H}$, $\frac{H}{V^2}$ par des combinaisons des valeurs obtenues. On formerait ainsi une table à simple entrée et à six variables, celles-ci étant des combinaisons simples des quatre paramètres H, t, V, q pris deux à deux. Si ensuite on voulait obtenir, par exemple, q en fonction de valeurs numériques de H et t, on calculerait $\frac{t^2}{H}$, et la table fournirait q d'après la valeur correspondante de $\frac{t}{q}$ ou d'après celle de $\frac{H}{q^2}$.

Cette table, que nous avons établie, nous a servi à tracer les échelles ci-contre, qui lui équivalent et qui rendent les interpolations plus exactes et immédiates.

Chaque perpendiculaire aux échelles fournit un système de valeurs correspondantes des six paramètres. Il est plus simple, au lieu de mener ces perpendiculaires, de prendre sur les échelles des points à des distances égales des extrémités. Pour éviter des erreurs de lecture,

chacun des rapports $\frac{V}{q}$, $\frac{t}{V}$, etc., a été pris de manière que les chiffres des échelles croissent dans un même sens, de haut en bas.

Prenons quelques exemples d'application.

1. — En étudiant la chute de notre premier appareil, nous avons trouvé, par une suite d'approximations, que $q = 74$ pour $H = 90$ *m* et $t = 4{,}40$ *sec*.

Ce résultat est donné immédiatement par les échelles : à $\frac{t^2}{H} = \frac{\overline{4{,}40}^2}{90} = 0{,}215$ correspond $\frac{t}{q} = 0{,}0595$, d'où

$$q = \frac{t}{0{,}0595} = \frac{4{,}40}{0{,}0595} = 74.$$

2. — MM. Cailletet et Colardeau ont mesuré la résistance spécifique de différentes surfaces en les laissant tomber, lestées par des boules de plomb, du second étage de la Tour Eiffel. La première de leurs expériences a été faite avec un plan carré de 0,0225 m^2, pesant avec son lest 0,715 *kg*. De la hauteur et de la durée de la chute totale, 120 *m* et 7,04 *sec*, déduisons le coefficient de résistance.

Pour $\frac{t^2}{H} = \frac{\overline{7{,}04}^2}{120} = 0{,}414$; les échelles donnent $\frac{H}{q^2} = 0{,}253$, d'où $q^2 = \frac{H}{0{,}253} = \frac{120}{0{,}253} = 474$. La relation $q^2 = \frac{P}{KS}$ donne alors

$$K = \frac{P}{q^2 S} = \frac{0{,}715}{474 \times 0{,}0225} = 0{,}067,$$

valeur qui concorde bien avec nos résultats (voir fig. 13, p. 59).

3. — Ainsi, si l'on considère comme démontré que la résistance est proportionnelle au carré de la vitesse, il suffit, pour avoir le coefficient, de mesurer la durée correspondant à une hauteur de chute déterminée. C'est de cette façon, notamment, que Newton a réalisé la première expérience qui ait probablement été faite sur la résistance de l'air. Si l'on ne regarde pas cette loi comme suffisamment approchée, on mesurera directement la vitesse. C'est ce qu'ont fait MM. Cailletet et Colardeau. Dans leurs essais, la vitesse devenait sensiblement constante à la fin de la

chute : ainsi, pour le cas précédent, nous voyons par les échelles qu'à $\frac{t^2}{H} = 0,414$ correspond $\frac{V}{q} = 0,9966$: la vitesse finale V ne différait donc de sa valeur limite q que de $(1 - 0,9966)\ q$, c'est-à-dire de $\frac{1}{300}$ de cette limite. L'avantage de ce procédé est que la vitesse une fois devenue constante, la résistance de l'air est équilibrée par le poids du corps et par suite exactement connue. Dans les essais de ce genre, il faut donc s'arranger de manière à atteindre pratiquement la vitesse limite.

Pour cela on peut partir d'une valeur approchée du coefficient de résistance. Supposons qu'on veuille faire tomber un plan de 0,05 m^2, pesant 1 kg, et cherchons de quelle hauteur de chute il faudra disposer pour obtenir une vitesse différant de $\frac{1}{1.000}$ de la vitesse limite.

Pour $\frac{V}{q} = 0,999$, les échelles donnent $\frac{H}{q^2} = 0,319$. Prenant 0,07 pour valeur approchée de K, nous avons :

$$q^2 = \frac{P}{KS} = \frac{1}{0,07 \times 0,05} = 286.$$

Donc :

$$H = 0,319 \times 286 = 91\ m.$$

On aurait $H = 107\ m$ pour $K = 0,06$ et $H = 80\ m$ pour $K = 0,08$.

On peut voir de même qu'on peut se contenter d'une hauteur moindre si l'on ne veut qu'une moindre approximation, $\frac{1}{100}$ par exemple. Avec la valeur de 0,07, la vitesse différerait de moins de $\frac{1}{100}$ de sa limite à partir de 57 m; pour avoir une approximation de $\frac{1}{10.000}$, il faudrait 124 m.

4. — Un ballon ayant éclaté à 800 m du sol, à quelle vitesse la nacelle, qui pèse 500 kg et mesure 2,50 m^2, rencontrera-t-elle le sol?

Admettons $K = 0,08$:

$$q^2 = \frac{P}{KS} = \frac{500}{0,08 \times 2,50} = 2500 = \overline{50}^2.$$

La vitesse limite est donc 50 m. Après 800 m de chute, $\frac{H}{q^2} = \frac{800}{2500} = 0,32$; $\frac{V}{q} = 0,999$, d'où $V = 50 \times 0,999 = 49,95$ m, vitesse demandée.

Une vitesse un peu inférieure, 49 m, par exemple, est atteinte après 410 m de chute (à $\frac{V}{q} = \frac{49}{50} = 0,98$ correspond $\frac{H}{q^2} = 0,165$, d'où : $H = 0,165 \times 2500 = 410$ m).

Bien que nous nous soyons arrangés pour que les échelles soient encore lisibles pour des vitesses différant de 1 cent-millième de leur limite, elles ne sont plus applicables à partir d'un certain moment, par exemple quand $\frac{H}{q^2}$ dépasse 0,8.

Mais dans ce cas les échelles deviennent inutiles, et peuvent être remplacées par une relation d'une remarquable simplicité.

Appelons H_1 la hauteur de chute à un instant t_1 où la vitesse diffère déjà d'une quantité négligeable de sa valeur limite. A partir de t_1 la vitesse est constamment égale à q. On peut donc écrire, pour un temps t plus grand que t_1 et auquel correspond une hauteur H :

$$H_1 + (t - t_1)q = H.$$

Cette relation peut se mettre sous la forme :

$$\left(\frac{t_1}{q} - \frac{H_1}{q^2}\right)q^2 - tq + H = 0.$$

Or, la différence entre deux valeurs correspondantes de $\frac{t}{q}$ et $\frac{H}{q^2}$, quand ces valeurs augmentent de plus en plus, tend vers une limite qui est 0,07065. Cette limite est pratiquement atteinte quand $\frac{V}{q} = 0,9999$, c'est-à-dire avant que nos échelles cessent d'être applicables. Quand donc ce cas arrivera, il suffira d'employer la formule :

$$0,07065\,q^2 - tq + H = 0.$$

Remarquons qu'alors on peut remplacer q par V, de sorte que cette

formule donne l'une quelconque des quantités H, t et V ou q, en fonction des autres : elle remplace donc complètement les échelles.

Appliquons-la à un exemple.

Une nacelle se détache en l'air à 900 *m* d'altitude et met 30 *sec* à atteindre le sol. Déterminons la vitesse d'arrivée au sol.

$\frac{t^2}{H} = \frac{\overline{30}^2}{900} = 1$: les échelles ne sont plus applicables.

Remplaçons donc, dans la formule précédente, t par 30 et H par 900 :

$$0{,}07065\,q^2 - 30\,q + 900 = 0,$$

d'où, en prenant la plus petite racine, qui convient seule comme on le voit immédiatement, on tire la vitesse finale :

$$q = 32{,}5\ m.$$

En reprenant les échelles, nous pouvons avoir toutes les circonstances du mouvement varié : ainsi nous voyons que la vitesse de 30 *m* a été atteinte après 103 *m* et 5,2 *sec* de chute; celle de 32,4 *m* après 275 *m* et 10,3 *sec*; etc.

On peut donc, à l'aide de nos échelles et de l'équation précédente, résoudre presque instantanément les problèmes relatifs à la chute d'un corps dans l'air.

ÉCOLE

INSTALLATION DU CABLE

CHEVALET SUPPORT DU CABLE

Fig. 6 - Extrémité inférieure du câble et contrepoids

Echelle : 1/20

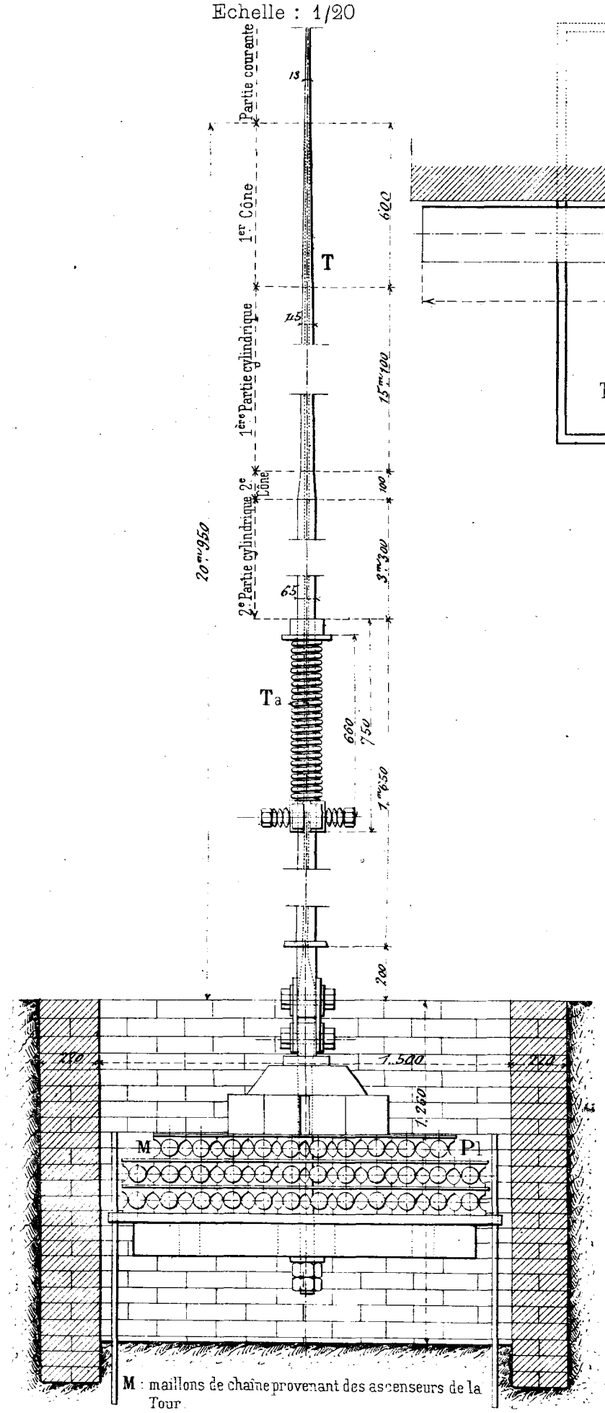


Fig. 3. - Plan de la Fig. 1

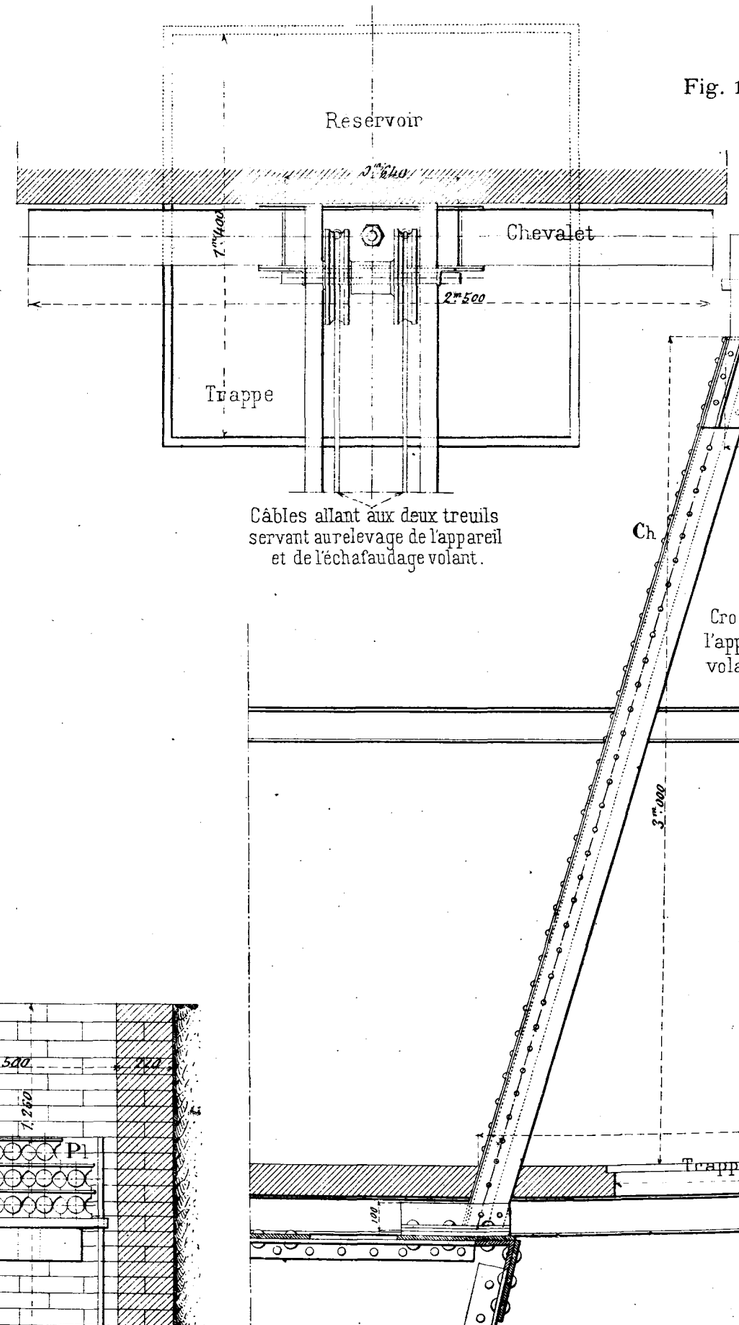


Fig. 1 . 2 . 3 .

Echelle : 1/20

Fig. 1. — Vue de face

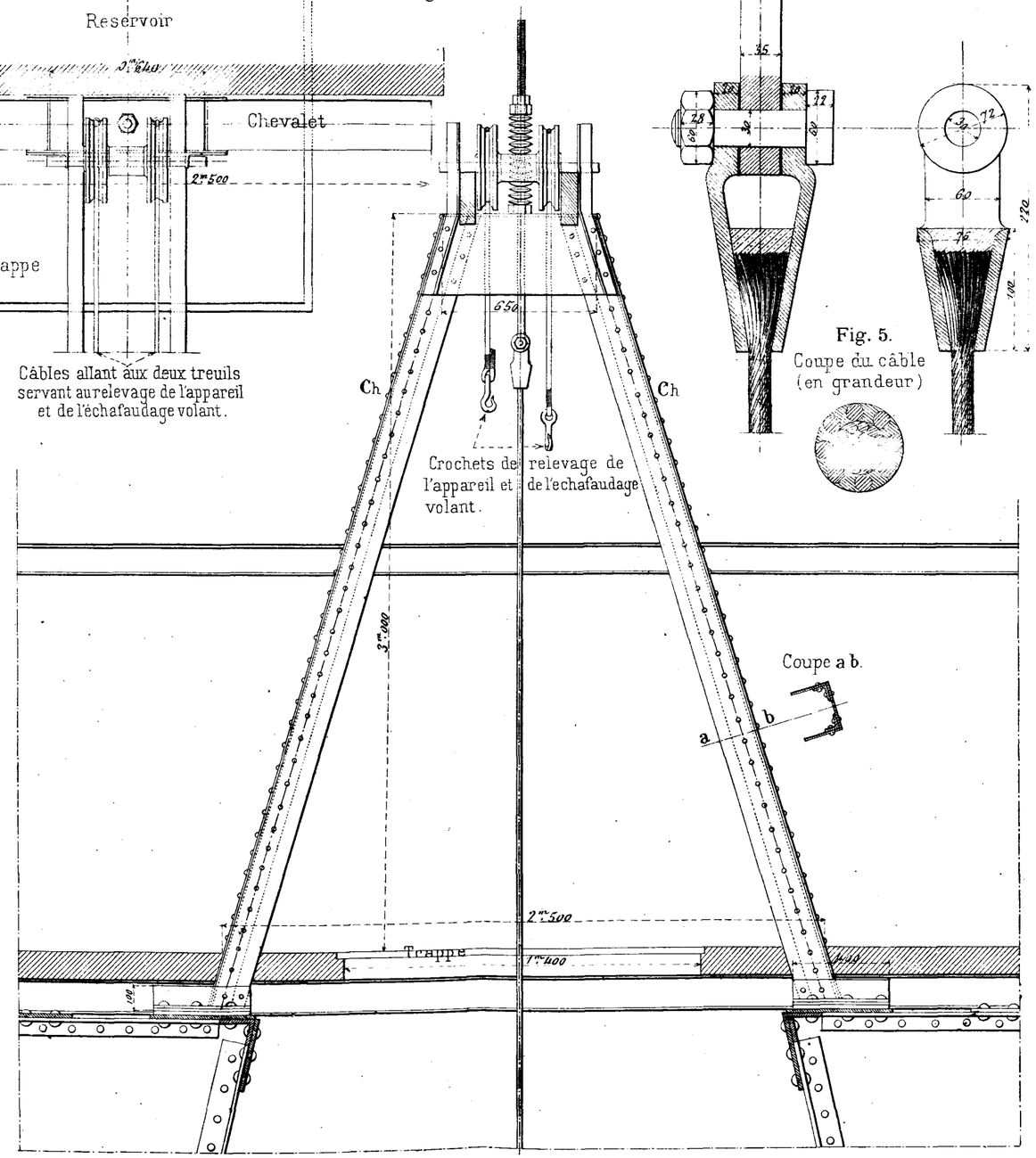
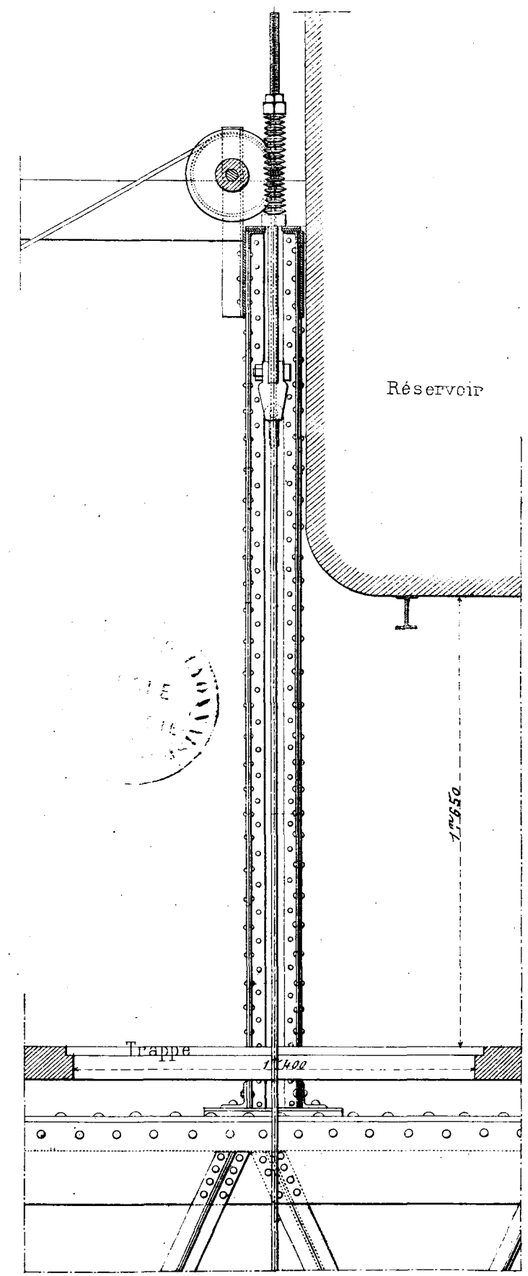


Fig. 4. — Attache A du câble

Fig. 5.
Coupe du câble
(en grandeur)

Fig. 2 — Vue de profil



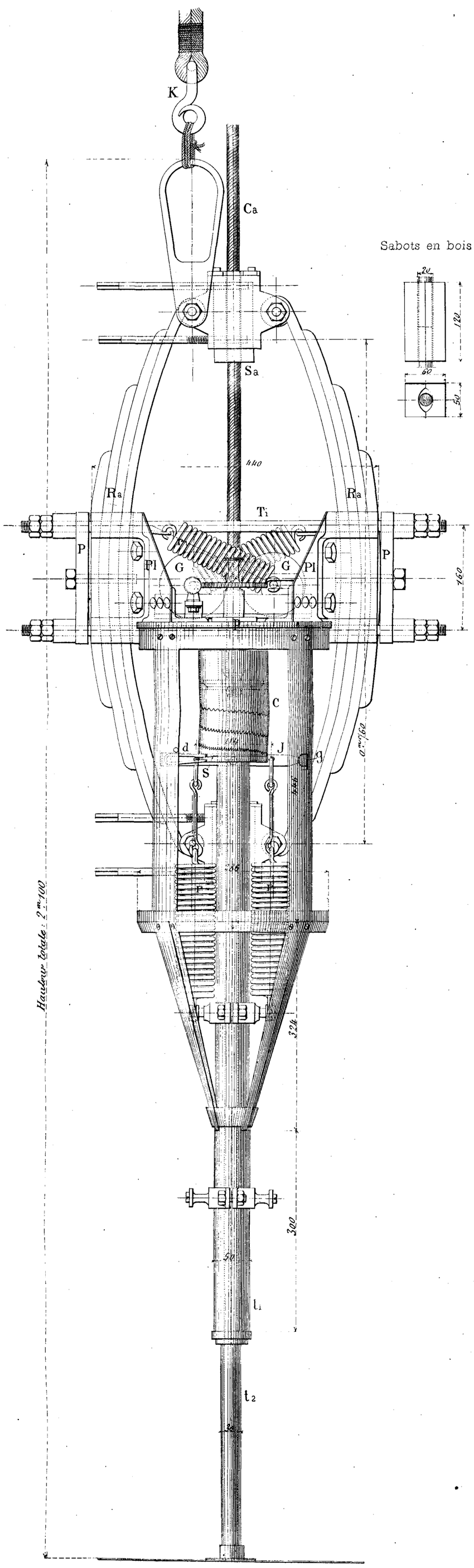
ENSEMBLE DE L'APPAREIL

ÉCOLE

APPAREIL POUR L'ÉTUDE DE LA RÉSISTANCE DE L'AIR

ECHELLE $\frac{1}{5}$

Fig. 1 — Elévation de l'appareil ouvert



Sabots en bois

Fig. 3 — Vue en plan

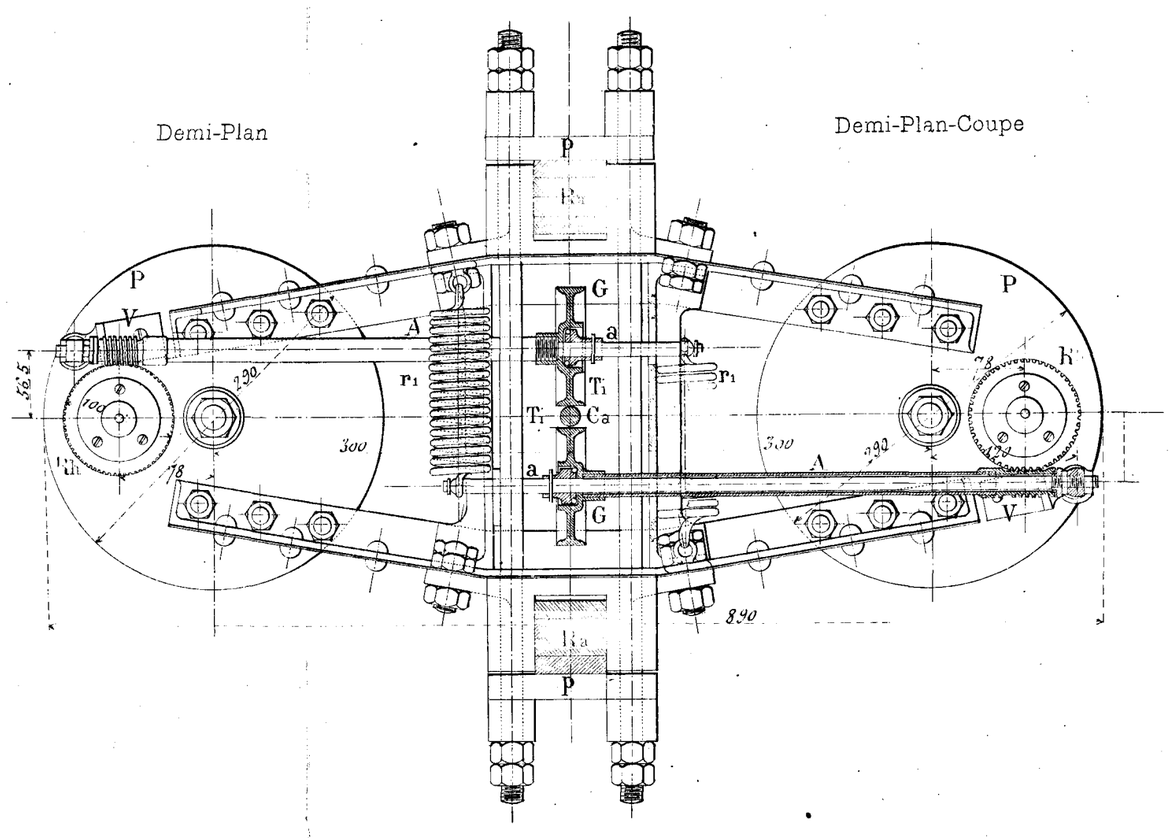
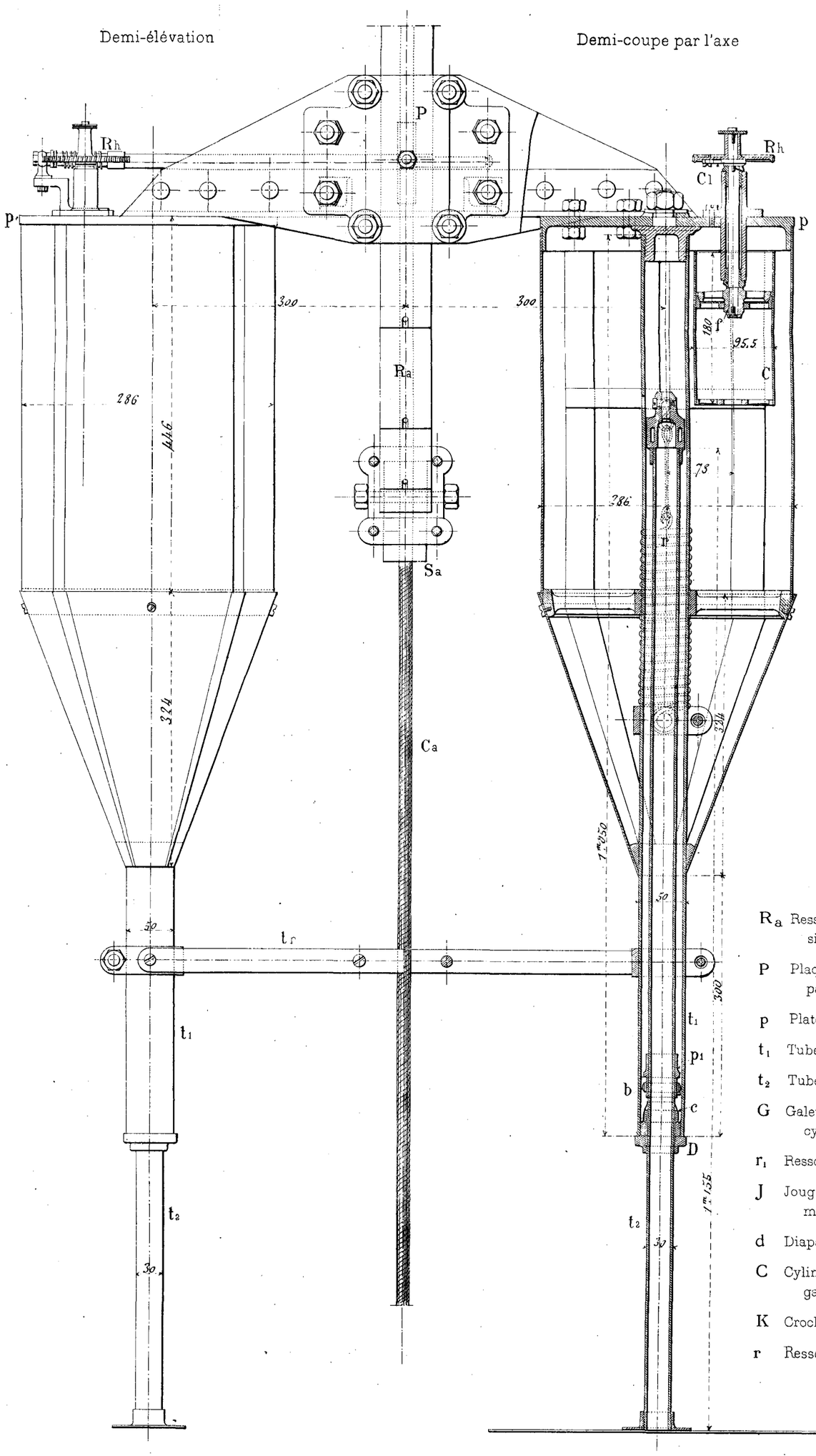


Fig. 2 — Vue de face



Légende

- R_a Ressort à lames s'appliquant sur les coussinets.
- P Plaque servant au bandage des ressorts par les tiges boulonnées Ti.
- p Plateau support.
- t_1 Tube fixe formant guide.
- t_2 Tube mobile portant la plaque d'essai.
- G Galets de transmission du mouvement au cylindre.
- r_1 Ressorts appuyant les galets sur le cable.
- J Joug guidé tirant sur les ressorts dynamométriques.
- d Diapason fixé au joug et portant le style S.
- C Cylindre enregistreur entrainé par les galets.
- K Crochet de suspension.
- r Ressorts dynamométriques.

Imp^rie A. GENTIL, 185, Rue du Fg-St-Denis, Paris.

RESSORTS DYNAMOMÉTRIQUES SUSPENDANT LA PARTIE MOBILE

ÉCOLE CENTRALE LYONNAISE
ÉCOLE INDUSTRIELLE

RESSORTS DYNAMOMÉTRIQUES SUSPENDANT LA PARTIE MOBILE

Ressorts des diverses catégories

Échelle : 1/4

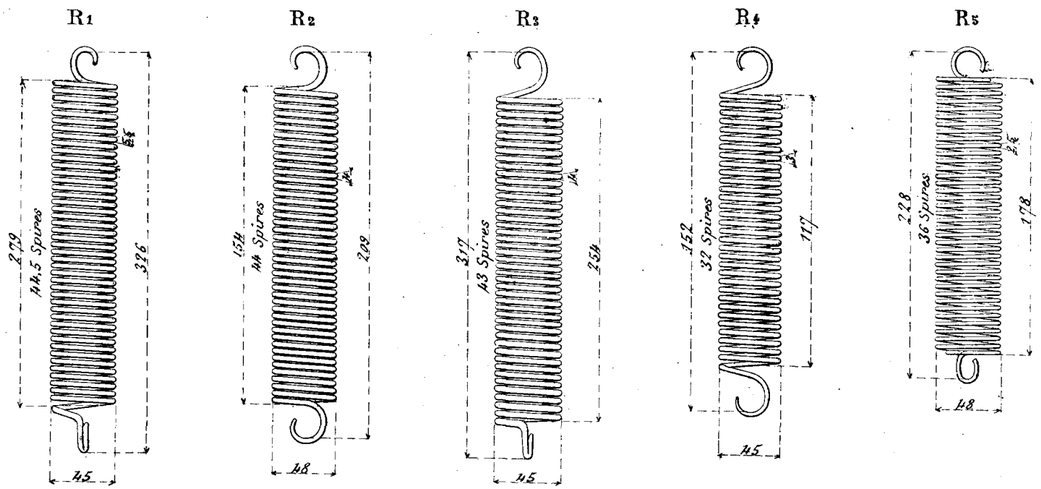
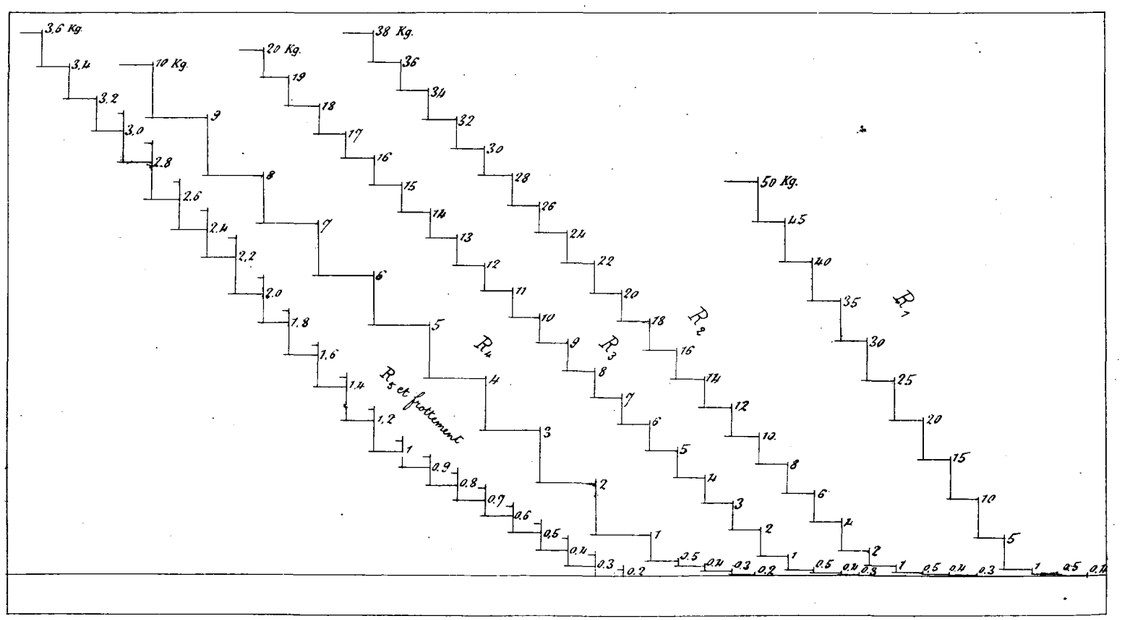


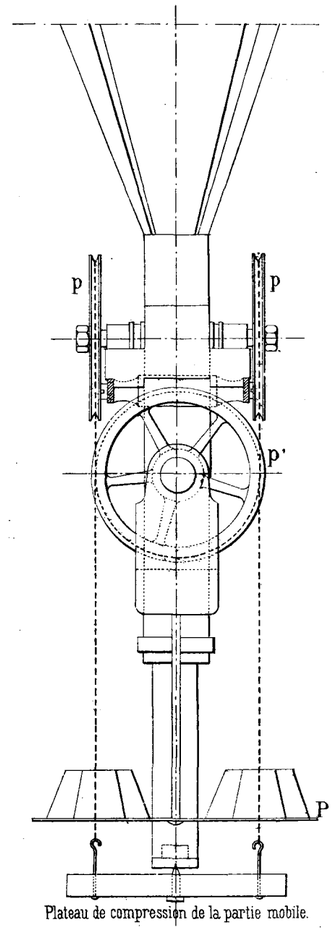
Diagramme de tarage des ressorts de diverses catégories

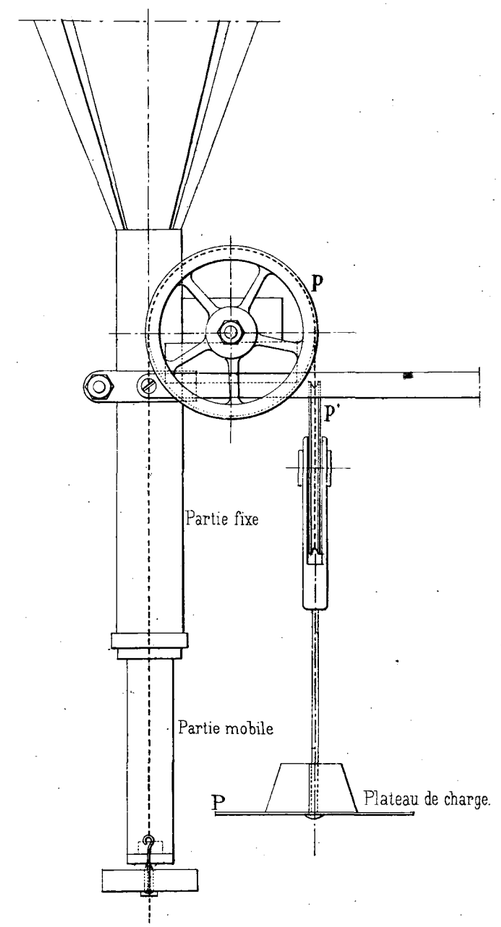
Echelle : 2/3

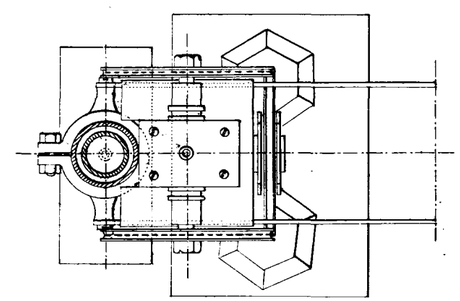
Expérience du 18 Juillet 1905



Appareil de tarage des ressorts. Echelle : 1/4





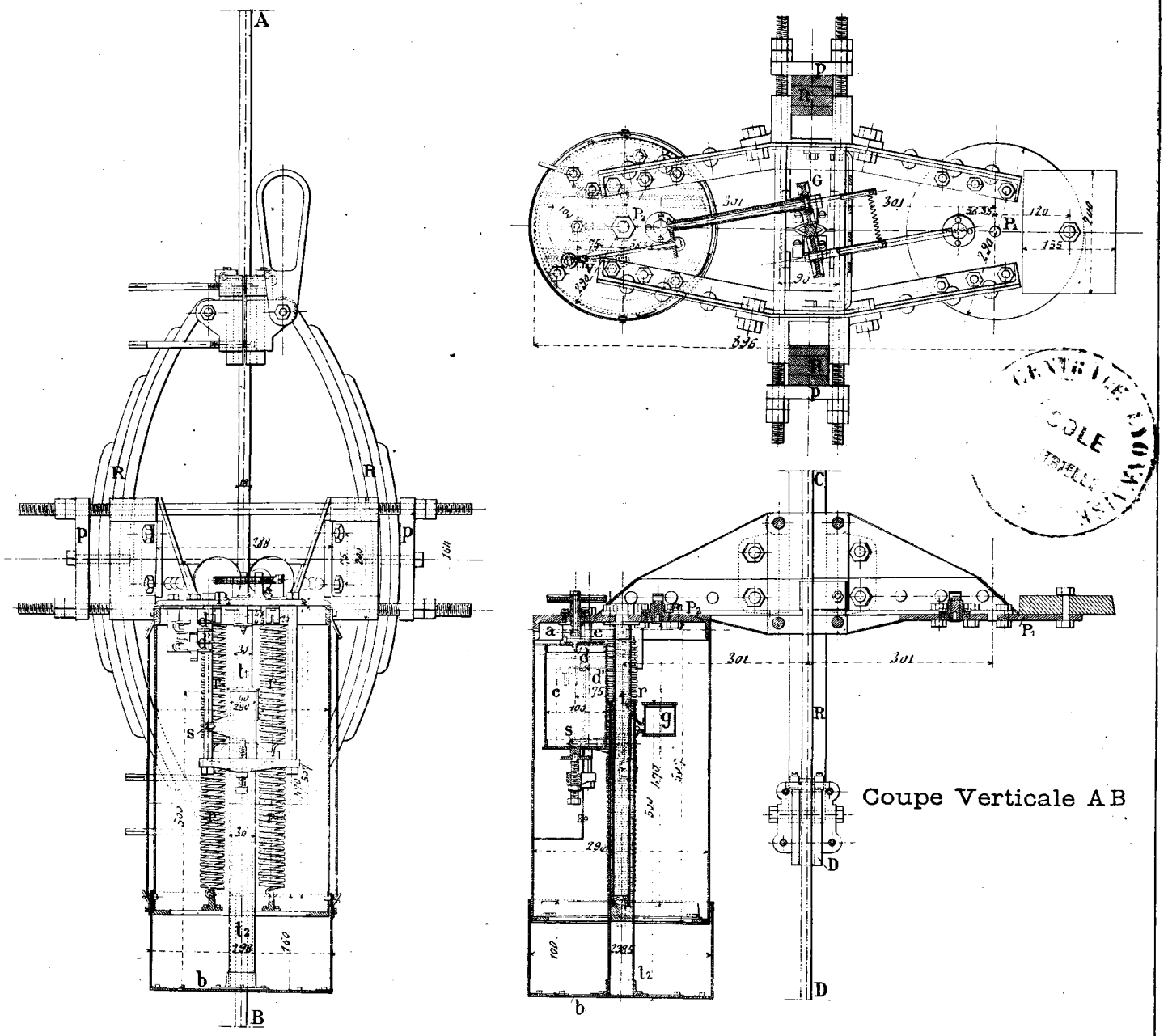


PREMIER APPAREIL DE CHUTE

Echelle : 1/10

Coupe Verticale CD

Plan Coupe



Coupe Verticale AB

LÉGENDE

R	Ressorts à lames.	t_2	Tube mobile.	**c**	Cylindre enregistreur.
p	Plaques des ressorts.	**r**	Ressorts de suspension.	**e**	Ressort à ergot.
P_1	Plateau d'équilibre.	**b**	Boisseau.	**a**	Arbre du tambour.
P_2	Plateau-support.	**s**	Style.	**v**	Vis tangente.
t_1	Tube fixe.	**g**	Graisseur.	**G**	Galet de transmission.
				d,d'	Diapasons.

Imp. A. GENTIL, 188, Rue du Fg St-Denis, Paris.

SURFACES EXPÉRIMENTÉES.

ÉCOLE CENTRALE LYONNAISE
ÉCOLE INDUSTRIELLE

Echelle 1/10 pour les Fig. 1 à 16 et 1/20 pour les Fig. 17 à 22.

SURFACES EXPÉRIMENTÉES

Fig. 1. — Cercle de 1/16 de m^2

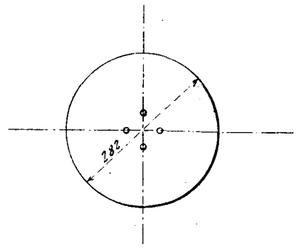


Fig. 2. — Carré de 1/16 de m^2

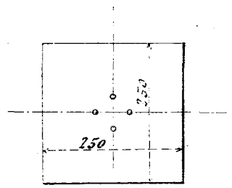


Fig. 3. — Rectangle allongé de 1/16 de m^2

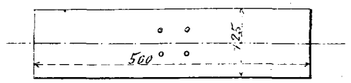


Fig. 4. — Cercle de 1/8 de m^2

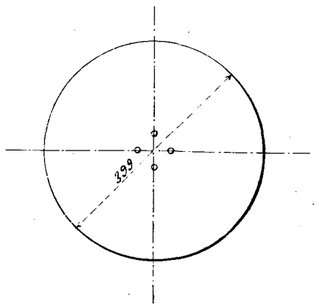


Fig. 5. — Carré de 1/8 de m^2

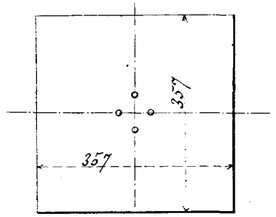


Fig. 6. — Rectangle de 1/8 de m^2

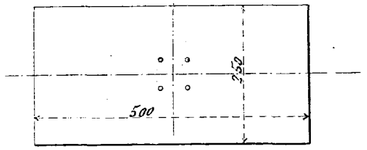


Fig. 7. — Rectangle allongé de 1/8 de m^2

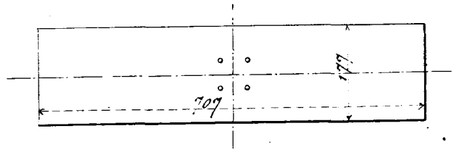


Fig. 8. — Cercle de 1/4 de m^2

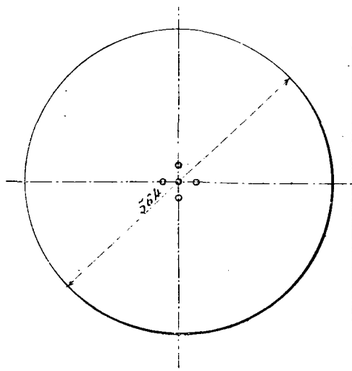


Fig. 9. — Carré de 1/4 de m^2

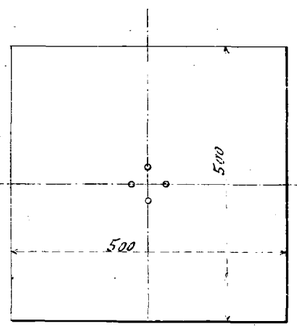


Fig. 10. — Rectangle de 1/4 de m^2

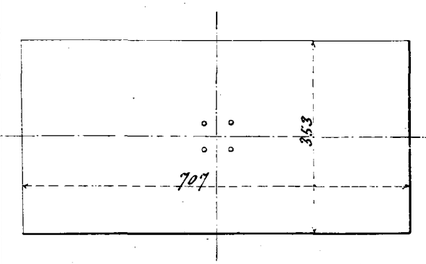


Fig. 12. — Carré de 1/2 m^2

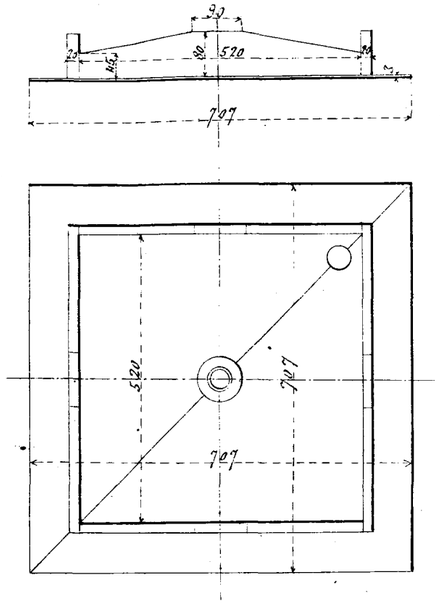


Fig. 11. — Cercle de 1/2 m^2

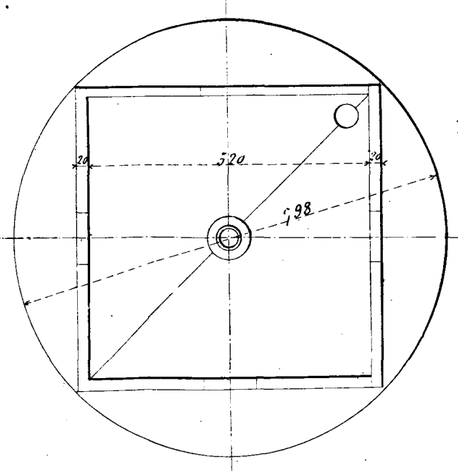


Fig. 13. — Carré de 1 m^2

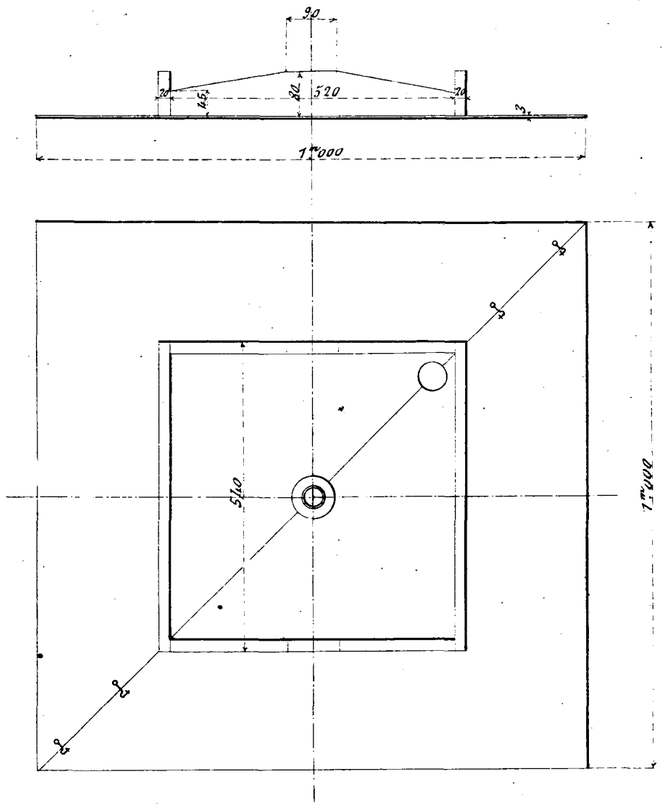


Fig. 14. — Treillis (Surface des pleins 0,152 m^2)

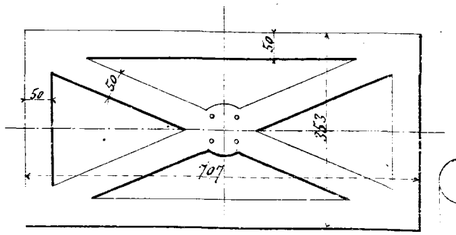


Fig. 15. — Cercles de 1/8 de m^2 au même niveau

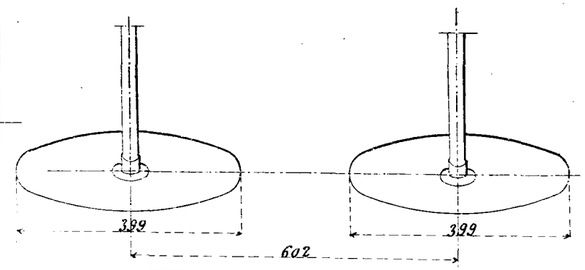


Fig. 16. — Cercle de 1/8 de m^2 abrité légèrement par un cercle de 1/16 de m^2

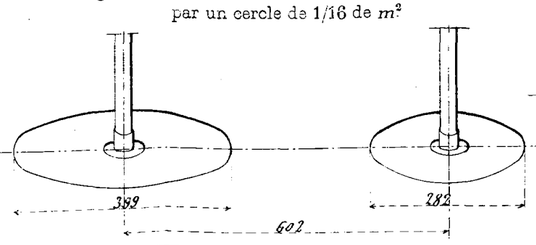


Fig. 17
Deux cercles de 1/8 de m^2 séparés par un rayon

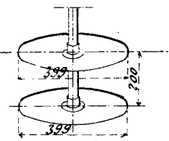


Fig. 18
Deux cercles de 1/8 de m^2 séparés par 2 rayons

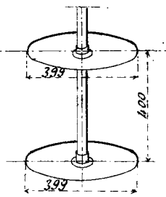


Fig. 19
Deux cercles de 1/8 de m^2 séparés par 3 rayons

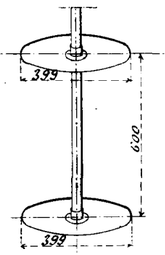


Fig. 20.
Deux rectangles de 1/4 de m^2 séparés par 0,35 m.

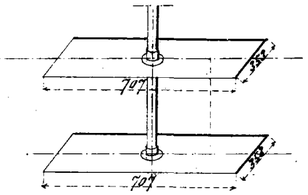


Fig. 21
Deux treillis séparés par 0,35 m. (Surface des pleins de chaque treillis 0,152 m^2)

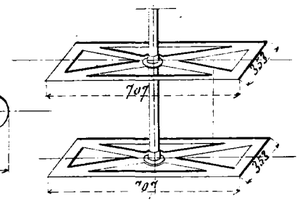


Fig. 22
Rectangle de 1/4 de m^2 à 0,35 m. d'un treillis (Surface des pleins du treillis 0,152 m^2)

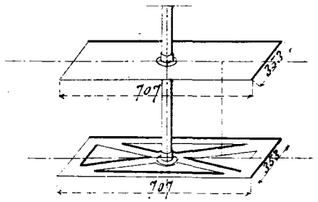
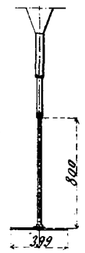


Fig. 23
Cercle de 1/8 de m^2 à 0,80 m. en avant de sa position normale. (Echelle 1/40).



SURFACES EXPÉRIMENTÉES *(Suite)*.

ÉCOLE INDUSTRIELLE

Echelle 1/10.

SURFACES EXPÉRIMENTÉES *(Suite)*.

Fig. 26
Cylindre vertical (base de 1/8 de m^2 hauteur = 1 rayon)

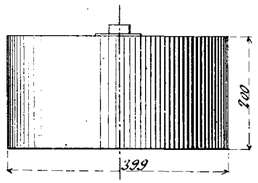


Fig. 27
Cylindre vertical (base de 1/8 de m^2 hauteur = 2 rayons)

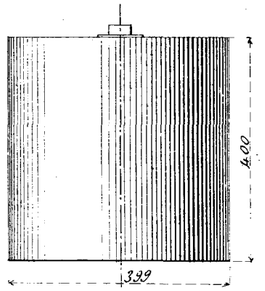


Fig. 28
Cylindre vertical (base de 1/8 de m^2 hauteur = 3 rayons).

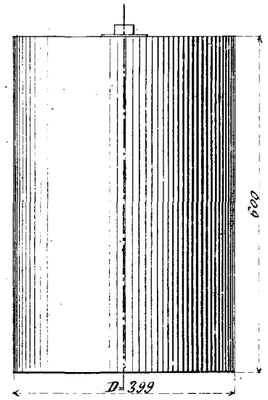


Fig. 29
Cône à 60° ayant pour base un cercle de 1/8 de m^2

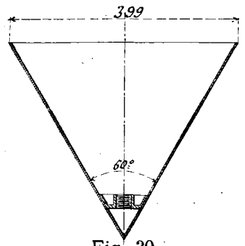


Fig. 30
Cône à 60° ayant pour base un cercle de 1/8 de m^2 et surmonté d'une demi-sphère.

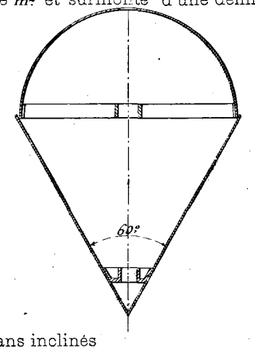


Fig. 31
Demi-sphère concave (base de 1/16 de m^2)

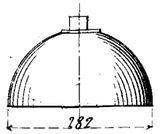
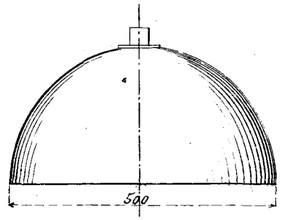
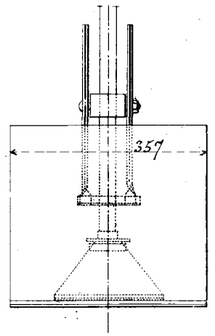


Fig. 32
Demi-sphère concave (base de 0,1964 m^2)



Dièdres

Fig. 33



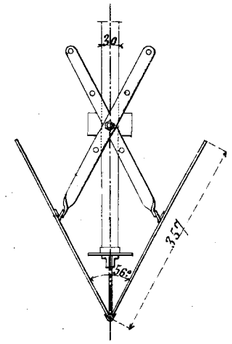


Fig. 34

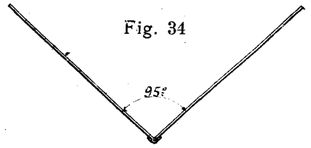
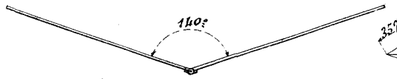


Fig. 35



Dièdres solides.

Fig. 36

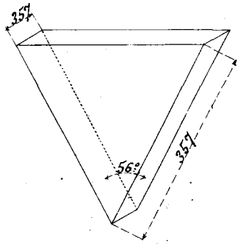


Fig. 37

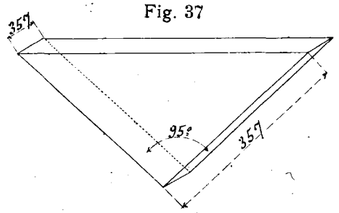


Fig. 38

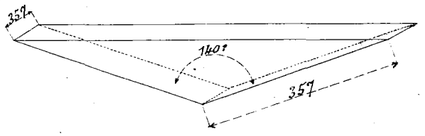


Fig. 40. — Plans inclinés

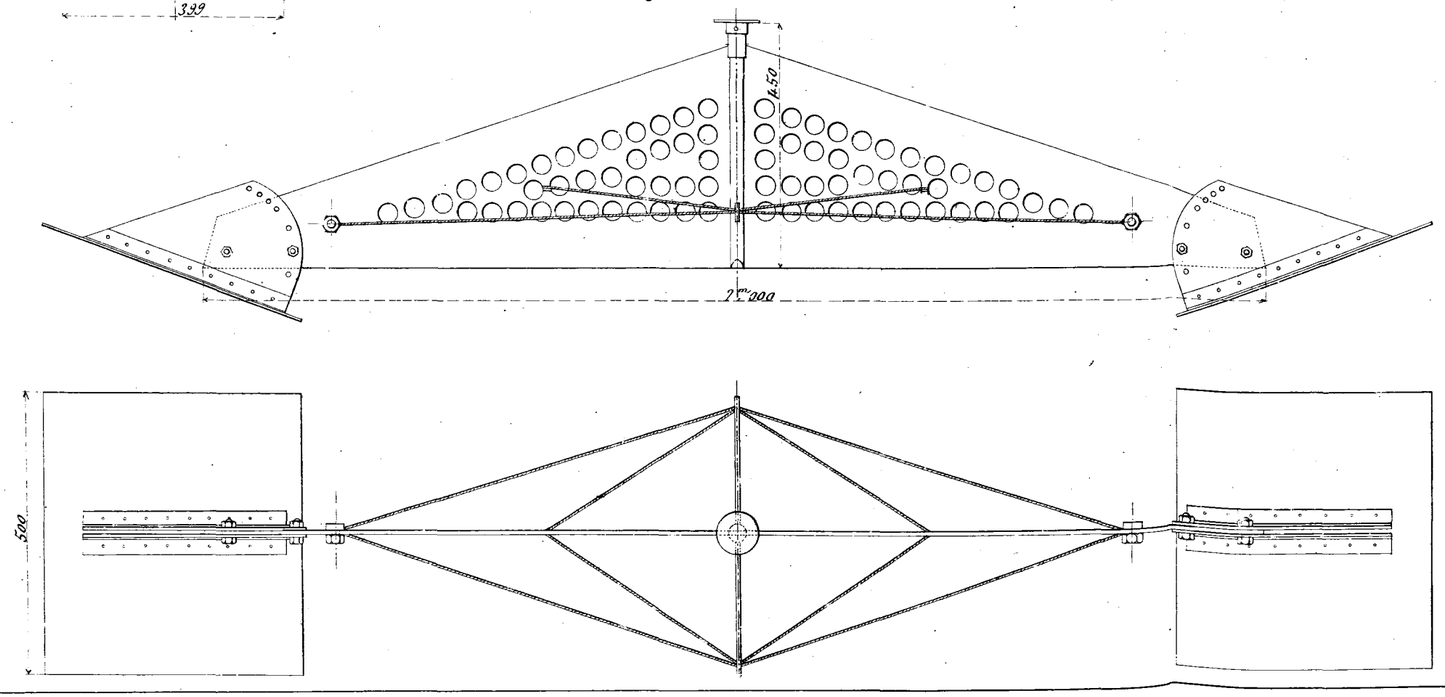
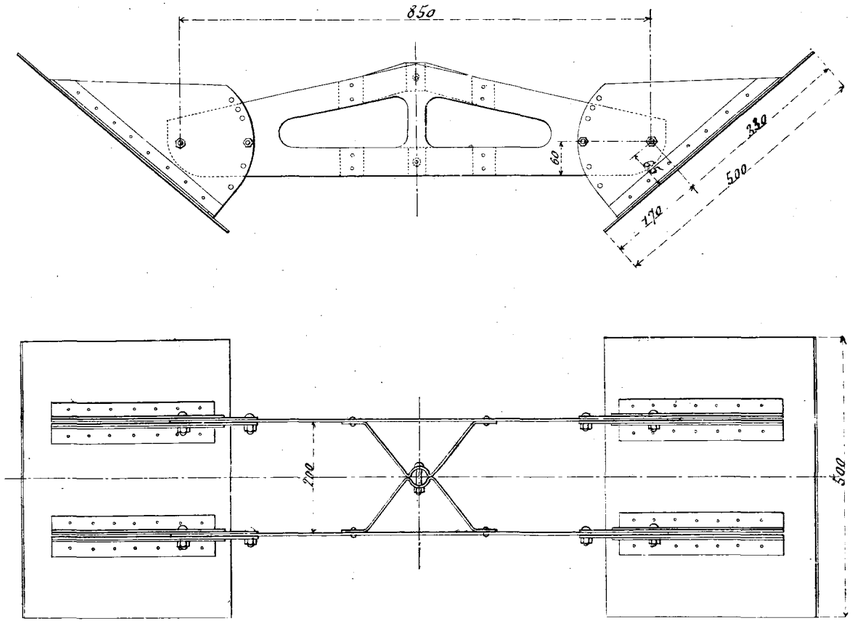


Fig. 39. — Plans inclinés

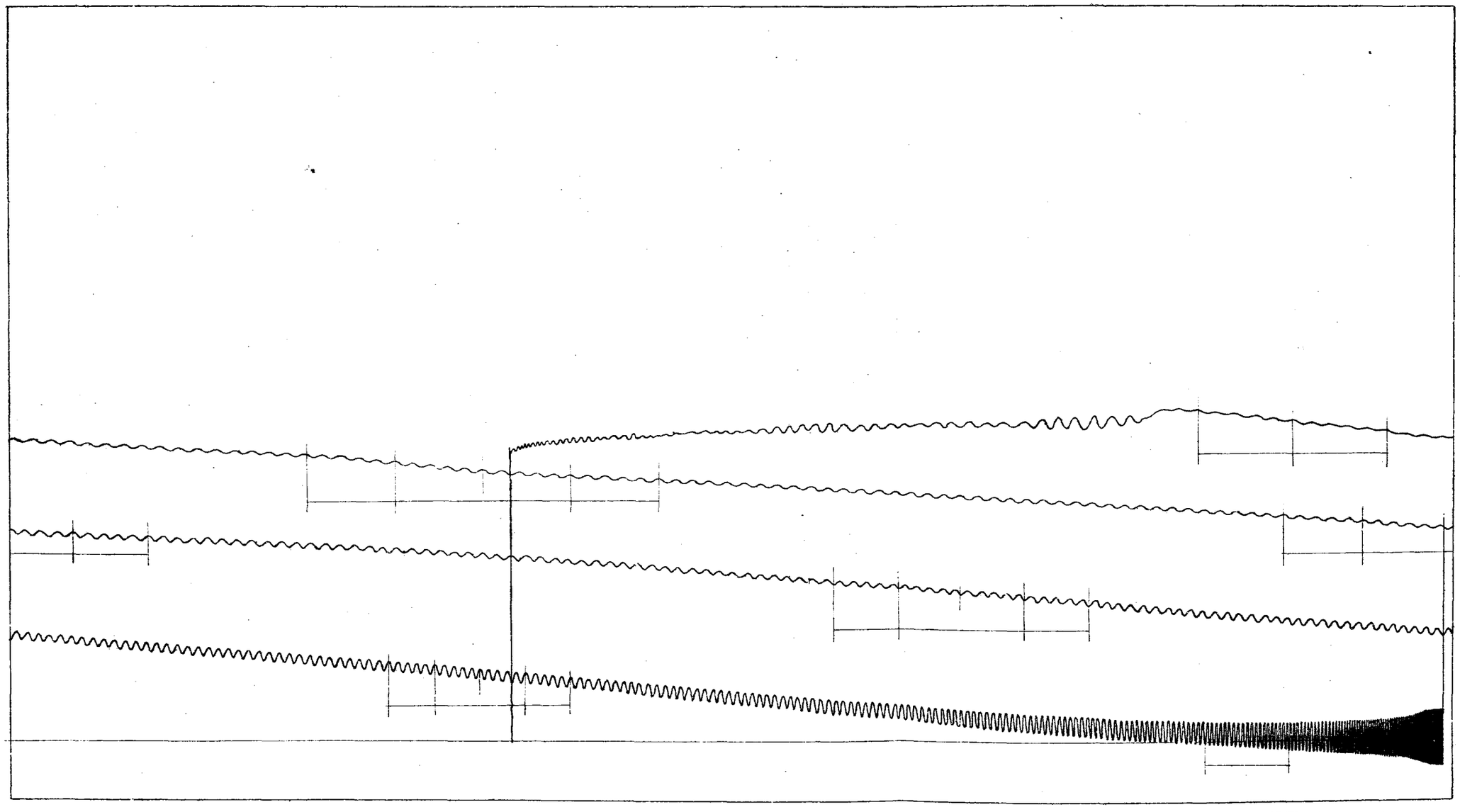


DIAGRAMMES D'EXPÉRIENCE

Expérience N° 1. Cercle de 1/16 de m² (diamètre : 0,282*m*)

Ressorts R 4

PL. VII.



Imp^ie A. GENTIL, 188, Rue du Fg-St-Denis, Paris.

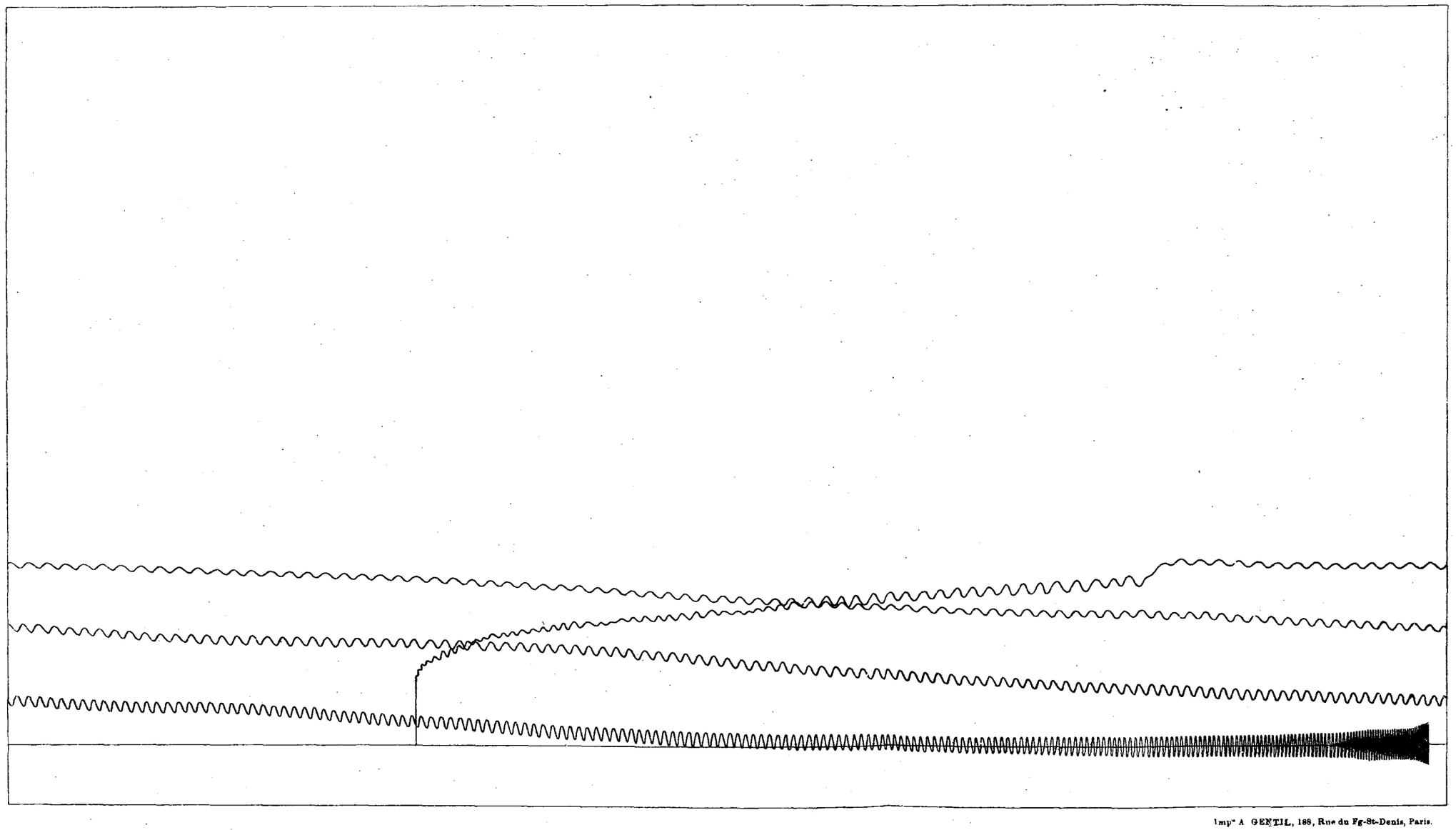
DIAGRAMMES D'EXPÉRIENCE

Expérience N° 4. Rectangle de 1/16 de m² (0,353*m*×0,177*m*)

Ressorts R 3

(Pour l'allure de la courbe à l'origine, voir la note de la page 32)

PL. VIII.



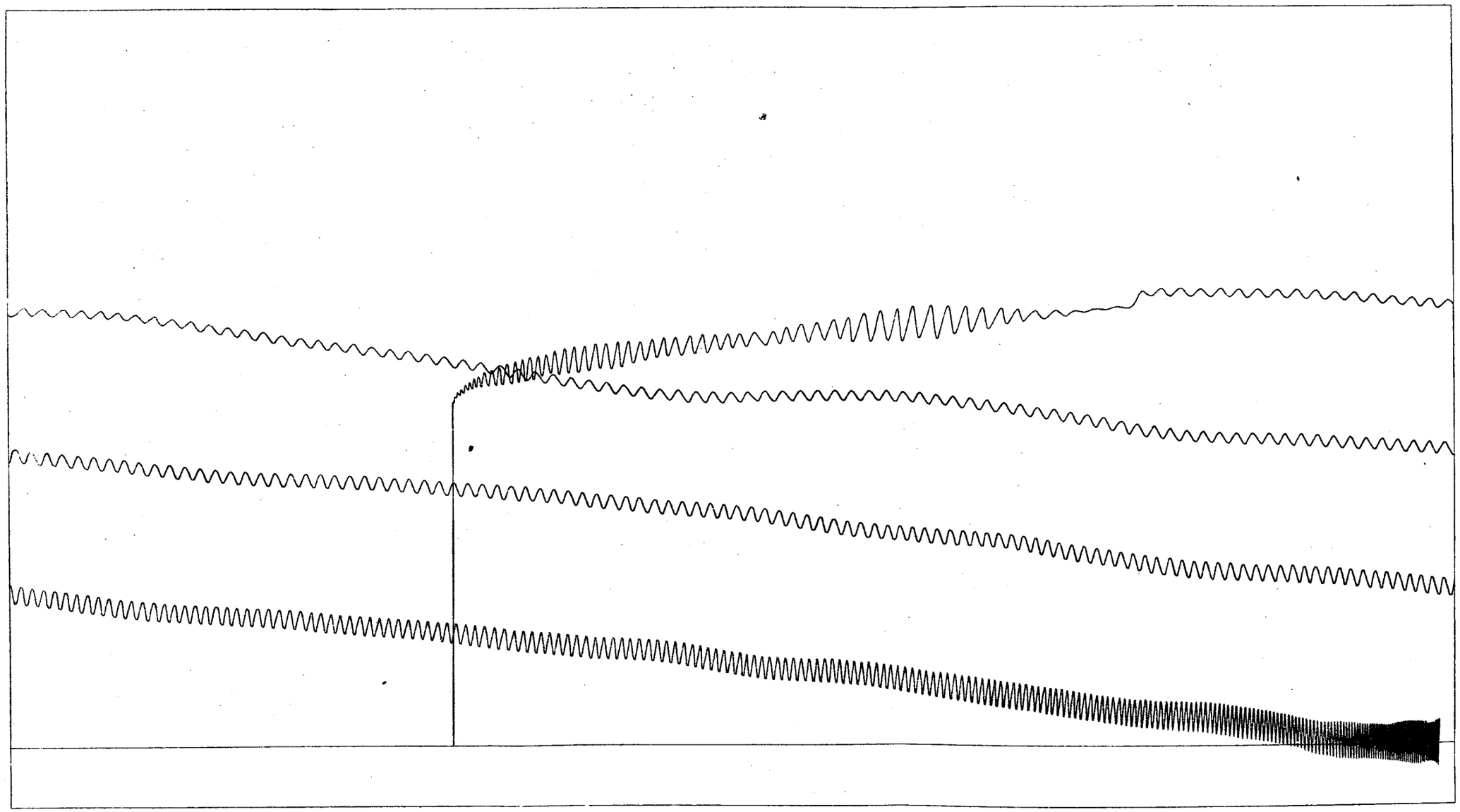
Imp^r A. GENTIL, 188, Rue du Fg-St-Denis, Paris.

DIAGRAMMES D'EXPÉRIENCE

Expérience N° 7. Cercle de 1/8 de m² (diamètre 0,399*m*)

Ressorts R 3

PL. IX.



Imp^rie A. GENTIL, 188, Rue du Fg-St-Denis, Paris.

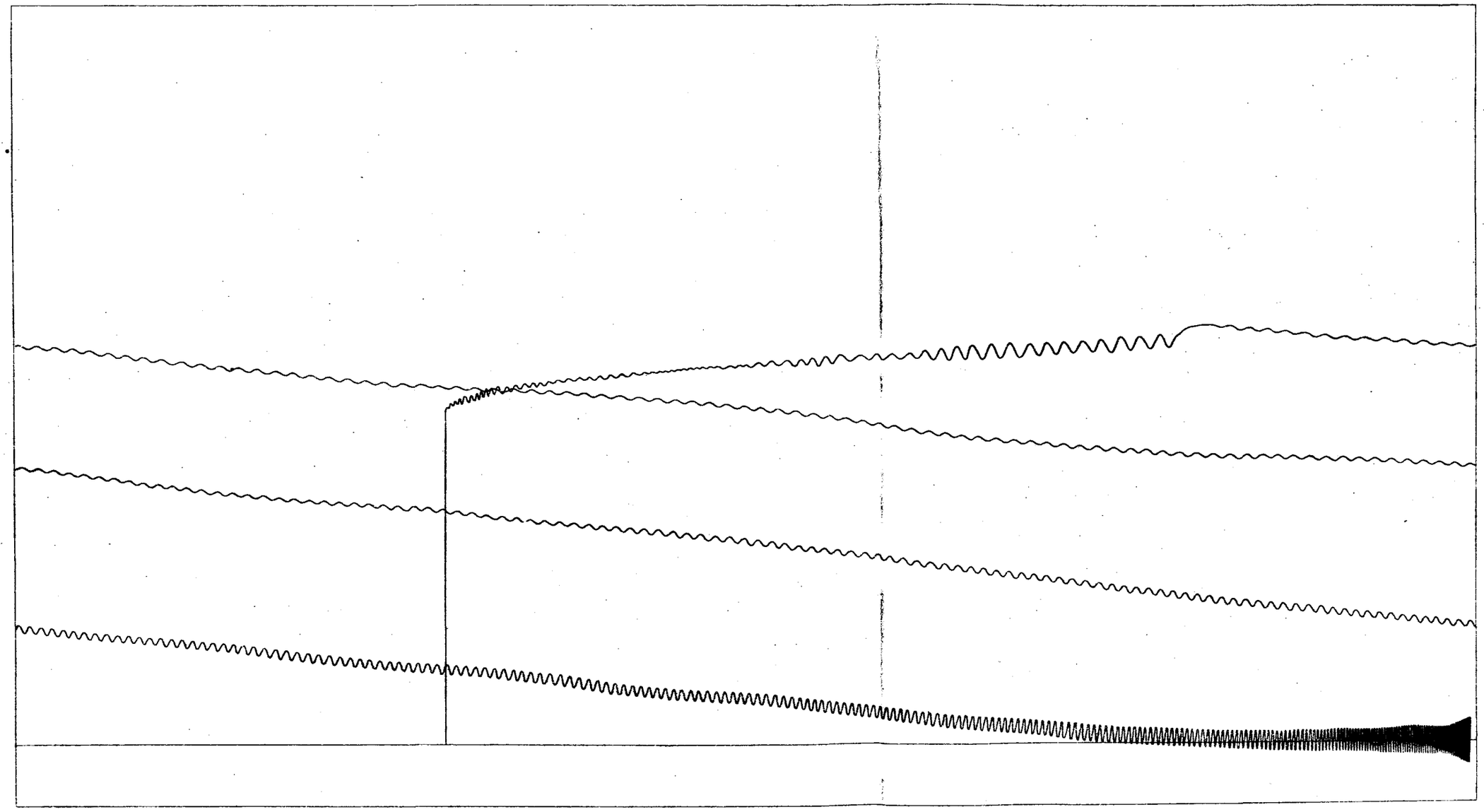
DIAGRAMMES D'EXPÉRIENCE

Expérience N° 17. Rectangle allongé de 1/8 de m² (0,707m×0,177m)

Ressorts R 3

(Pour l'allure de la courbe à l'origine, voir la note de la page 32)

PL. X.



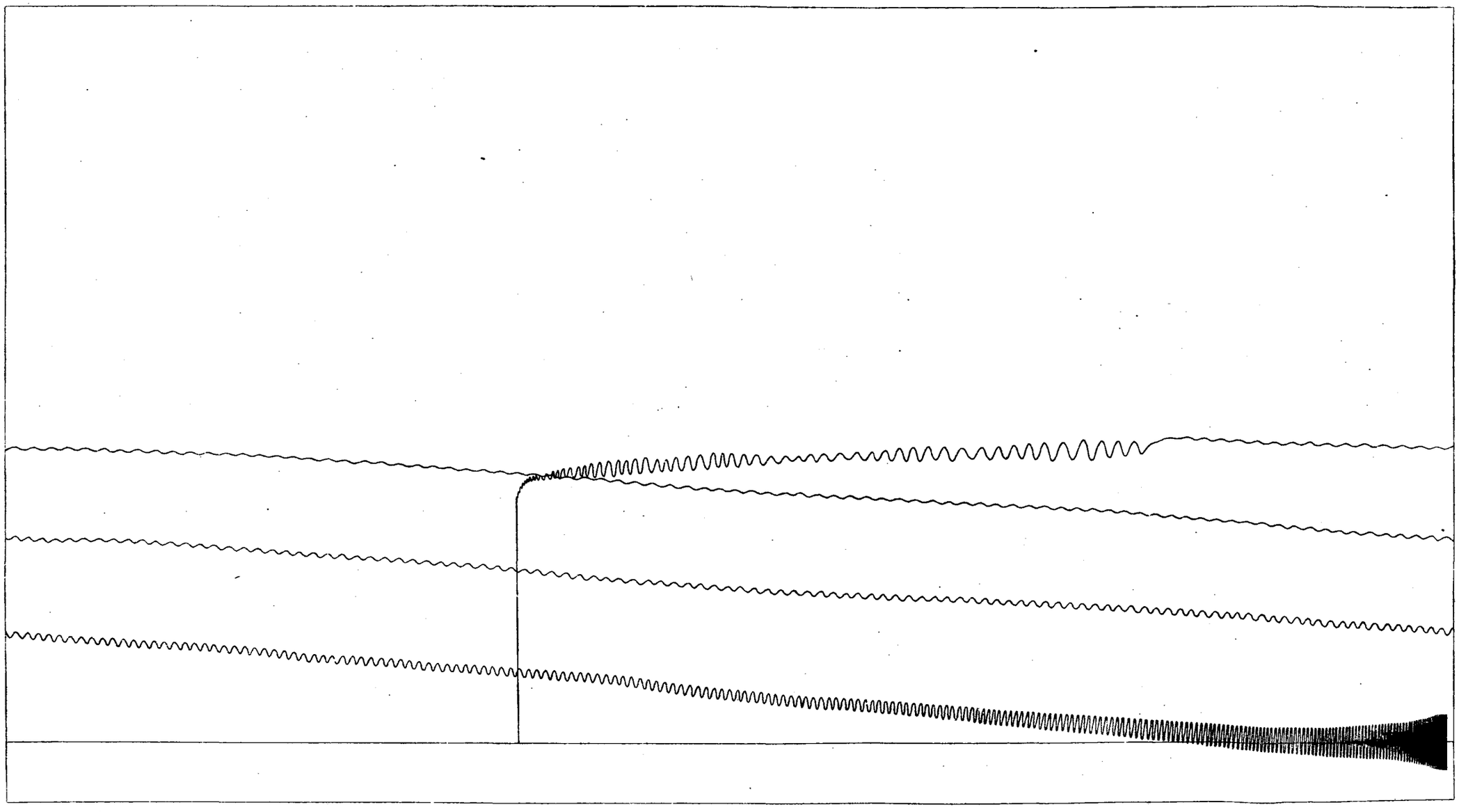
Imp^r A. GENTIL, 188, Rue du Fg-St-Denis, Paris

DIAGRAMMES D'EXPÉRIENCE

Expérience N° 44. Treillis (surface des pleins = 0,152 m^2)

Ressorts R 2

PL. XI.



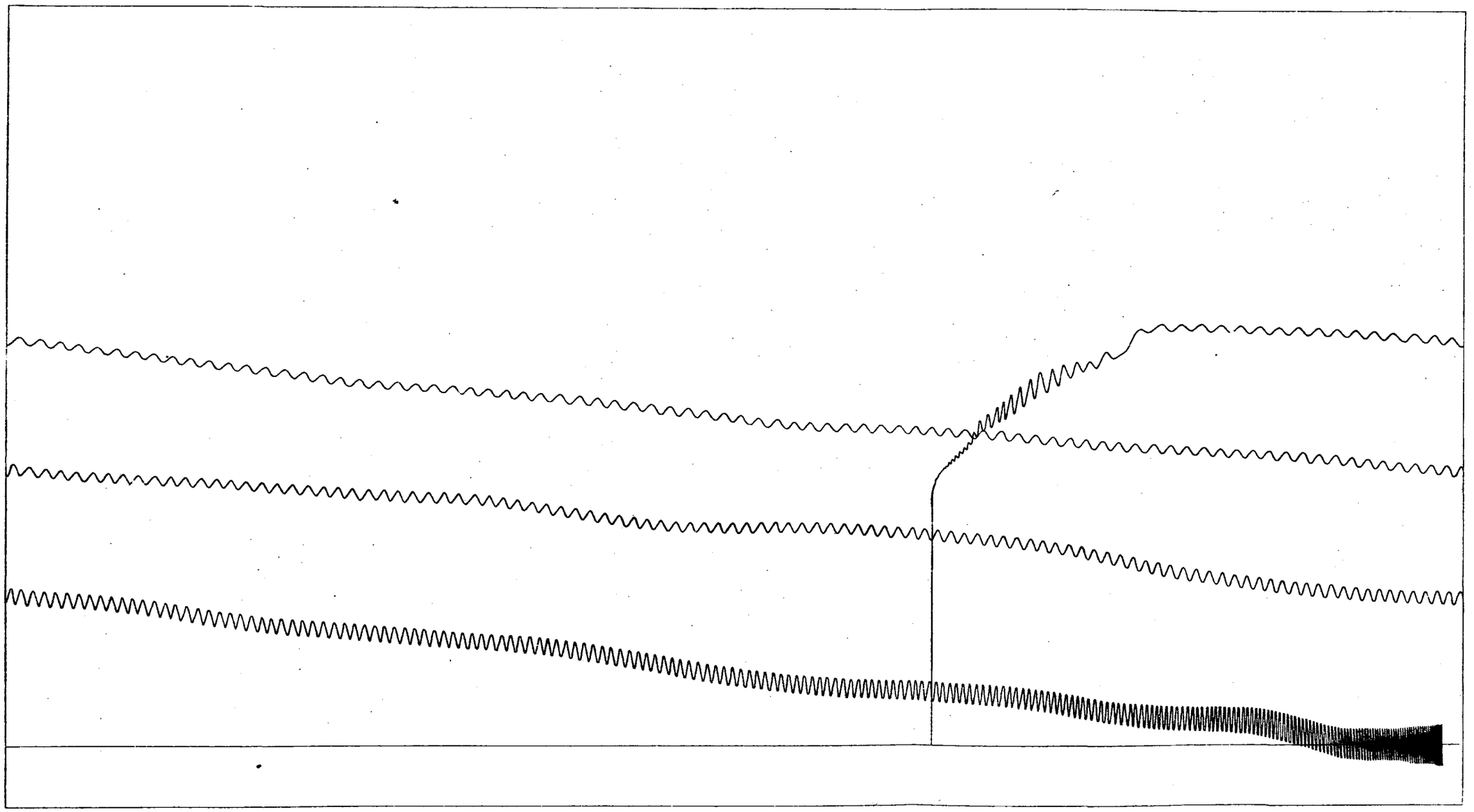
Imp^rie A. GENTIL, 186, Rue du Fg-St-Denis, Paris.

DIAGRAMMES D'EXPÉRIENCE

Expérience N° 64. Cylindre vertical ayant pour base un cercle de 1/8 de m² (diamètre 0,399*m*) et pour hauteur 0.20 m.

Ressorts R 3

PL. XII.



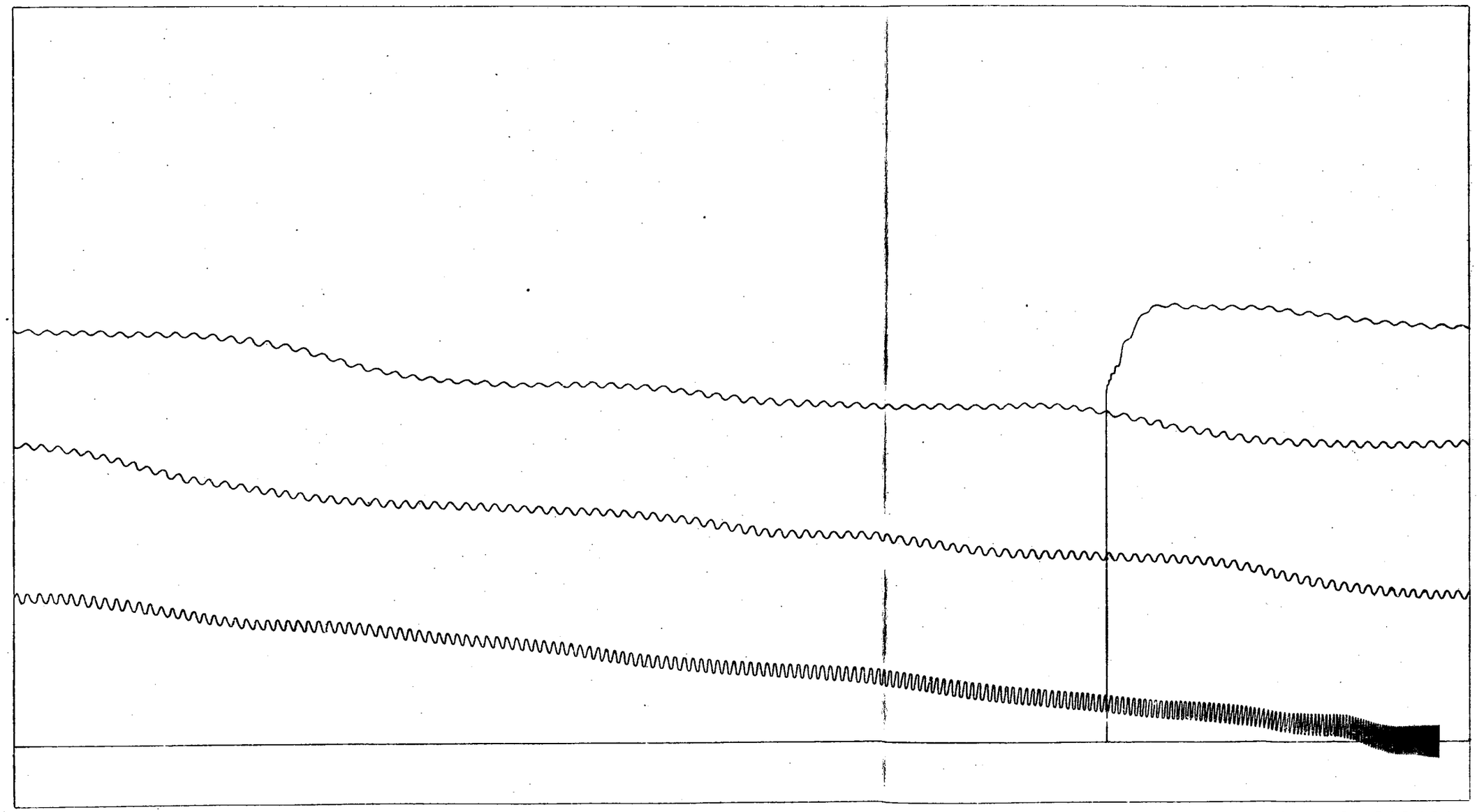
Imp^r A. GENTIL, 185, Rue du Fg-St-Denis, Paris.

DIAGRAMMES D'EXPÉRIENCE

Expérience N° 72. Coupe hémisphérique concave (diamètre 0,50*m*)

Ressorts R 2

PL. XIII.



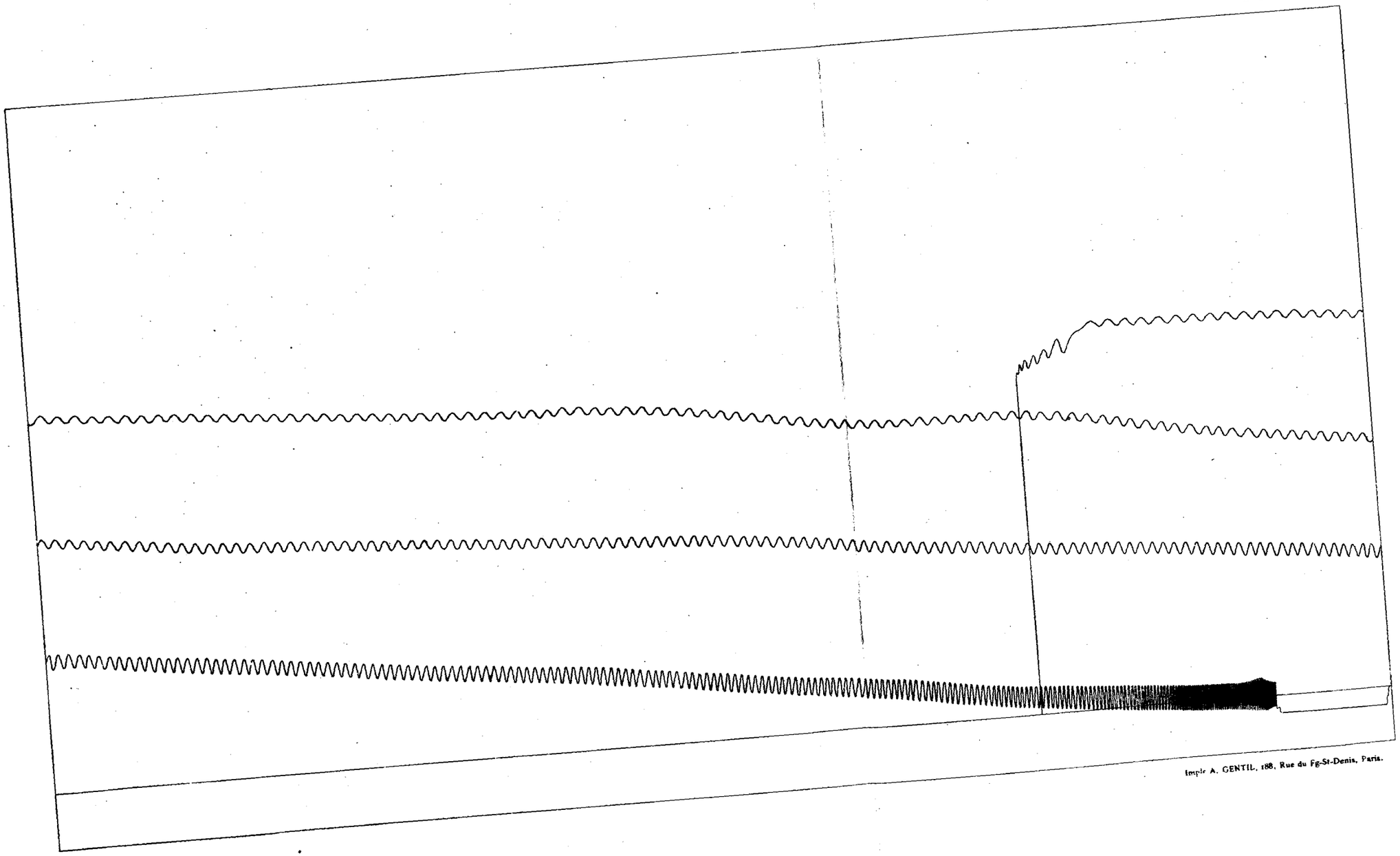
Imp^r A. GENTIL, 185, Rue du Fg-St-Denis, Paris.

DIAGRAMMES D'EXPÉRIENCE

Expérience N° 94. Plan incliné à 30°

Ressorts R 2

PL. XIV



Impr. A. GENTIL, 188, Rue du Fg-St-Denis, Paris.

DÉVELOPPEMENTS DE DIAGRAMMES D'EXPÉRIENCE

ÉCOLE CENTRALE DES ARTS ET MANUFACTURES
ÉCOLE INDUSTRIELLE

DÉVELOPPEMENTS DE DIAGRAMMES D'EXPÉRIENCE

Echelle : 1/2

Fig. 1. **Expérience N° 1. Cercle de 1/16 de m²** (diamètre : 0,282*m*)

Ressorts R 4

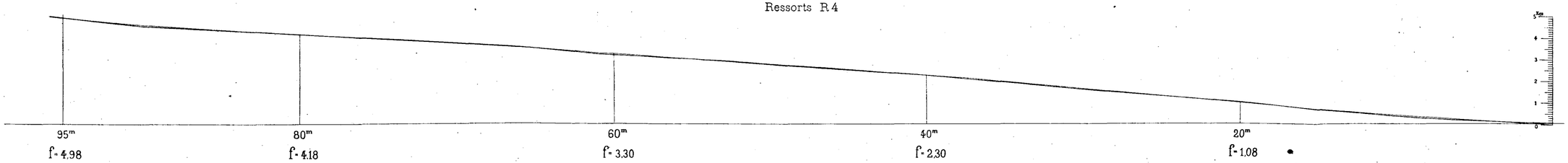


Fig. 2. **Expérience N° 4. Rectangle de 1/16 de m²** (0,353*m*×0,177*m*)

Ressorts R 3

(Pour l'allure de la courbe à l'origine, voir la note de la page 32

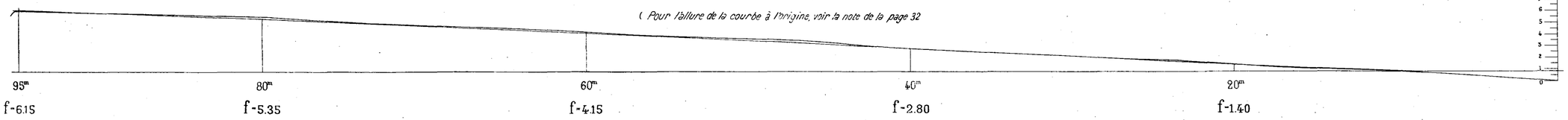


Fig. 3. **Expérience N° 7. Cercle de 1/8 de m²** (diamètre 0,399*m*)

Ressorts R 3

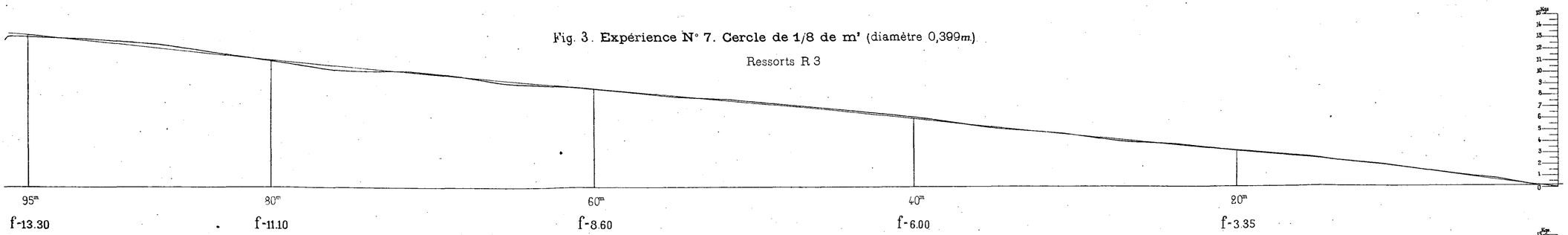
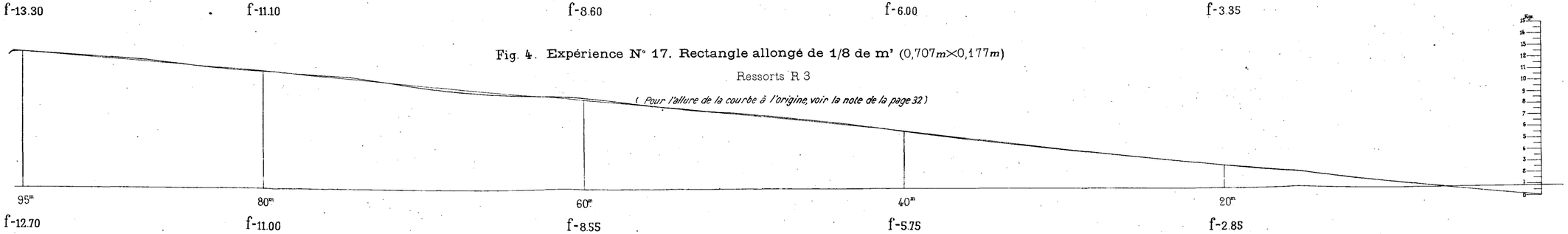


Fig. 4. **Expérience N° 17. Rectangle allongé de 1/8 de m²** (0,707*m*×0,177*m*)

Ressorts R 3

(Pour l'allure de la courbe à l'origine, voir la note de la page 32)



Imp^ie A. GENTIL, 186, Rue du Fg-St-Denis, Paris.

DÉVELOPPEMENTS DE DIAGRAMMES D'EXPÉRIENCE

ÉCOLE

DÉVELOPPEMENTS DE DIAGRAMMES D'EXPÉRIENCE

Echelle : 1/2

Fig. 1. Expérience N° 44. Treillis (surface des pleins = 0,152 m^2)

Ressorts R 2

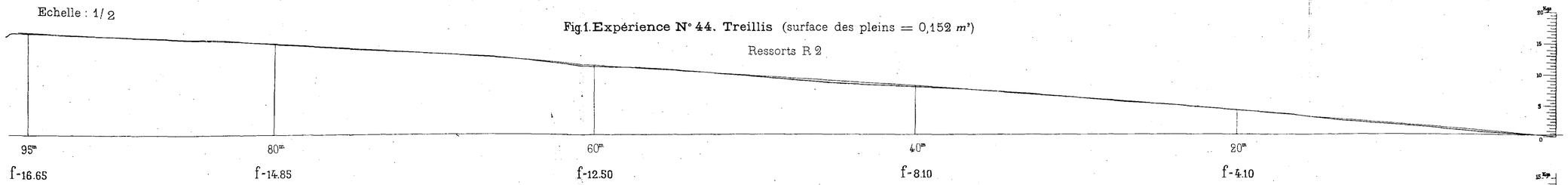


Fig. 2. Expérience N° 64. Cylindre vertical ayant pour base un cercle de 1/8 de m² (diamètre 0,399m) **et pour hauteur 0.20 m.**

Ressorts R 3

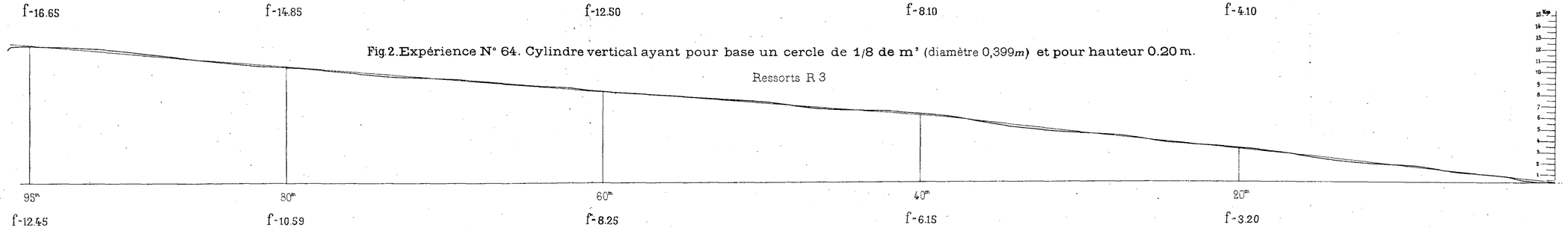


Fig. 3. Expérience N° 72. Coupe hémisphérique concave (diamètre 0,50m)

Ressorts R 2

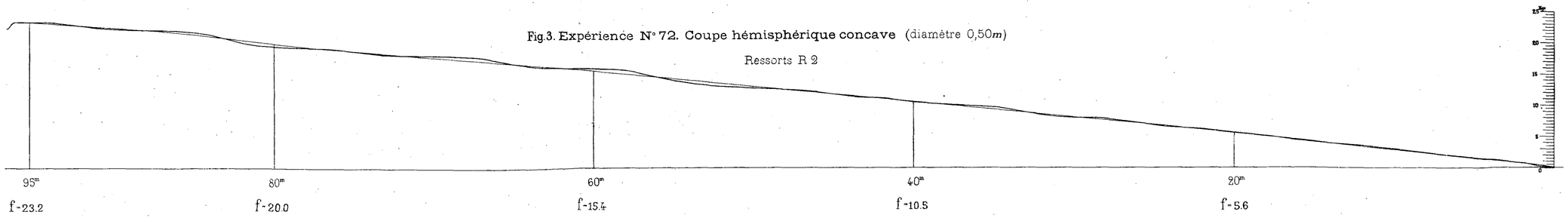
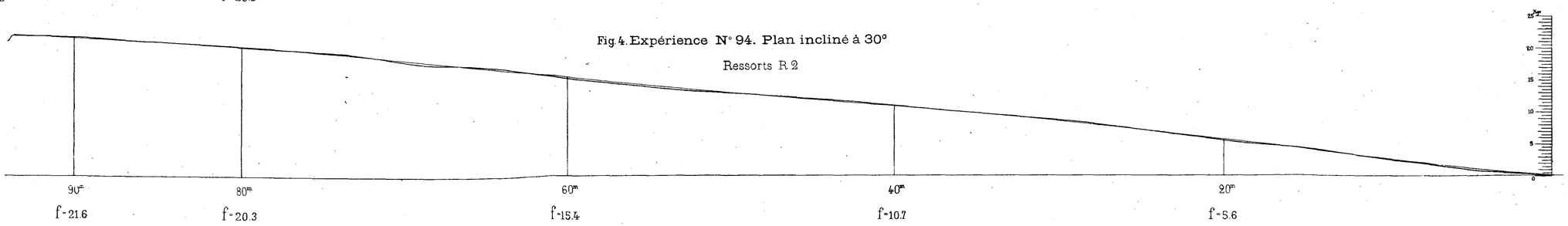


Fig. 4. Expérience N° 94. Plan incliné à 30°

Ressorts R 2



Imp^r A. GENTIL, 188, Rue du Fg-St-Denis, Paris.

DIAGRAMMES DE CORRECTION

CENTRALE LYON
ÉCOLE

DIAGRAMMES DE CORRECTION

Fig. 1 — **Expérience N° 1**
Cercle de 1/16 de m^2 (diamètre : 0,282m)

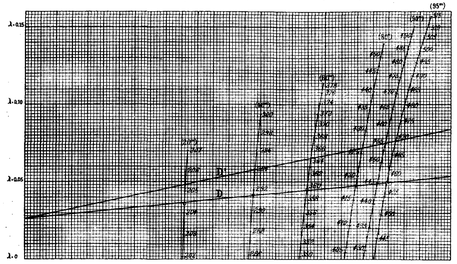


Fig. 2 — **Expérience N° 4**
Rectangle de 1/16 de m^2 (0,353m×0,177m)

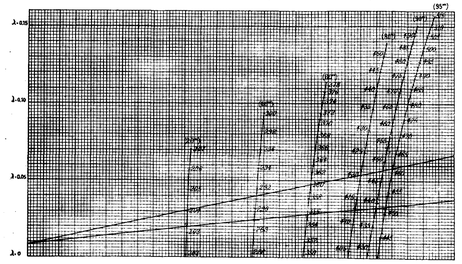


Fig. 3 — **Expérience N° 7**
Cercle de 1/8 de m^2 (diamètre 0,399m)

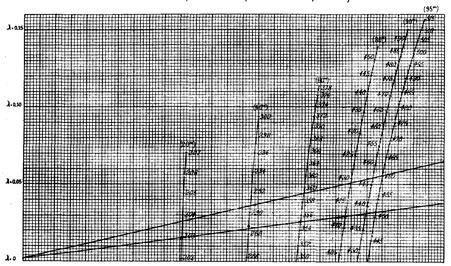


Fig. 4 — **Expérience N° 17**
Rectangle allongé de 1/8 de m^2 (0,707m×0,177m)

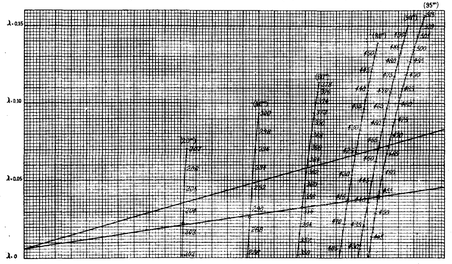


Fig. 5 — **Expérience N° 44**
Treillis (surface des pleins = 0,152 m^2)

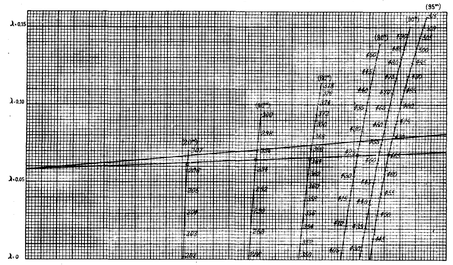


Fig. 6 — **Expérience N° 64**
Cylindre vertical ayant pour base un cercle de 1/8 de m^2 (diamètre 0,399m) et pour hauteur 0,20m

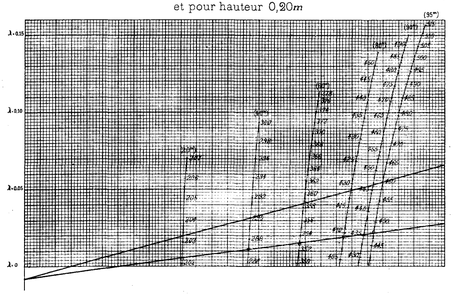


Fig. 7 — **Expérience N° 72**
Coupe hémisphérique concave (diamètre 0,50m)

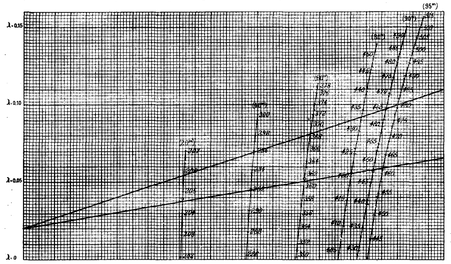
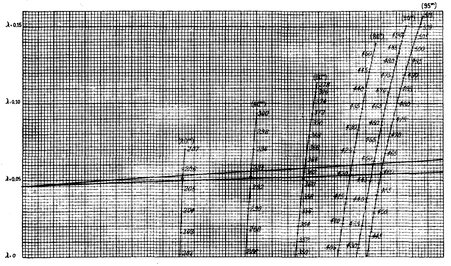


Fig. 8 — **Expérience N° 94**
Plan incliné à 30°



Imp^a A. GENTIL, 186, Rue du Fg-St-Denis, Paris

PARIS. — L. MARETHEUX, IMPRIMEUR, 1, RUE CASSETTE.